

2010 年度

M 3

数 学

2 月 25 日 (木)

理 学 部 (数 学 科)

13 : 00 ~ 15 : 00

【前 期 日 程】

注 意 事 項

試験開始前

- 1 監督者の指示があるまで、問題冊子、解答用紙に手を触れないでください。
- 2 監督者の指示に従って、全部の解答用紙 (4 枚) に受験番号を記入してください。

試験開始後

- 3 この問題冊子は、4 ページあります。はじめに、問題冊子、解答用紙を確かめ、枚数の不足や、印刷の不鮮明なもの、ページの落丁・乱丁があった場合は、手をあげて監督者に申し出てください。
- 4 解答は、すべて別紙解答用紙に記入してください。
- 5 解答スペースが不足するときは、解答用紙の裏面も使用することが出来ます。ただし、その場合は、表面に「裏へつづく」と明記してください。
- 6 問題は、声を出して読むはいけません。
- 7 各問ごとの配点は、比率 (%) で表示してあります。

試験終了後

- 8 問題冊子は、必ず持ち帰ってください。

1 k を定数とする。2 次方程式 $x^2 + (3k - 2)x + 4k = 0$ が 2 つの実数解 α, β をもち、 α, β は $0 < \alpha < 1 < \beta$ を満たすものとする。このとき、次の問いに答えよ。

(1) k の値の範囲を求めよ。

(2) $(\beta - \alpha)^2$ を k を用いて表せ。

(3) α と β の差が整数であるときの k および α, β の値を求めよ。

(配点 25 %)

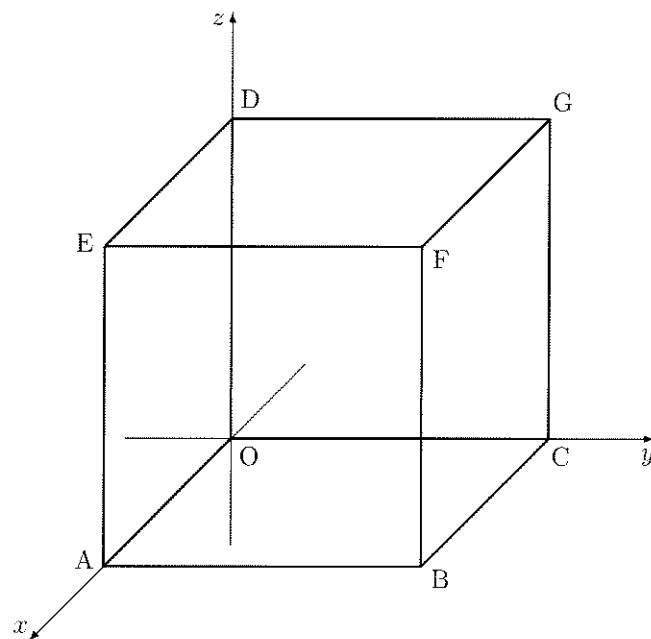
2 次の問いに答えよ。

- (1) 不等式 $x + x^2 \log x > 0$ が成り立つことを示せ。
- (2) 関数 $y = -x^2 \log x$ の増減，グラフの凹凸を調べ，グラフの概形をかけ。

(配点 25 %)

- 3 xyz 座標空間に、下図のように一辺の長さ 1 の立方体 $OABC-DEFG$ がある。この立方体を xy 平面上の直線 $y = -x$ のまわりに、頂点 F が z 軸の正の部分にくるまで回転させる。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) 回転後の頂点 B の座標を求めよ。
- (2) 回転後の頂点 A, G で定まるベクトル $\overrightarrow{AG}$ の成分を求めよ。



(配点 25 %)

4 連立不等式

$$x^2 + y^2 \leq 1, \quad x \geq 0, \quad y \geq 0$$

の表す領域を D ，原点を通る傾き $\tan \theta$ $\left(-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}\right)$ の直線を ℓ とする。 D を ℓ のまわりに 1 回転させてできる回転体の体積を V とするとき，次の問いに答えよ。

- (1) $-\frac{\pi}{2} < \theta < 0$ のとき， V を θ を用いて表せ。
- (2) $-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}$ のとき， V の最大値，最小値を求めよ。

(配点 25 %)