

2011 年度

M 1

数 学

2 月 25 日(金) 教育学部
【前期日程】 理学部(生物科学科, 地球科学科) 13:00 ~ 14:20
農学部

注 意 事 項

試験開始前

- 1 監督者の指示があるまで, 問題冊子, 解答用紙に手を触れないでください。
- 2 監督者の指示に従って, 全部の解答用紙(4 枚)に受験番号を記入してください。

試験開始後

- 3 この問題冊子は, 4 ページあります。はじめに, 問題冊子, 解答用紙を確かめ, 枚数の不足や, 印刷の不鮮明なもの, ページの落丁・乱丁があった場合は, 手をあげて監督者に申し出てください。
- 4 解答は, すべて別紙解答用紙に記入してください。
- 5 解答スペースが不足するときは, 解答用紙の裏面も使用することが出来ます。ただし, その場合は, 表面に「裏へつづく」と明記してください。
- 6 問題は, 声を出して読むはいけません。
- 7 各問ごとの配点は, 比率(%)で表示してあります。

試験終了後

- 8 問題冊子は, 必ず持ち帰ってください。

1 数列 $\{a_n\}$ を $a_1 = 2, a_{n+1} = a_n 2^{6n^2}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) で定める。次の問いに答えよ。

- (1) $b_n = \log_2 a_n$ とし、 $\{b_n\}$ の一般項を求めよ。
- (2) 数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。
- (3) a_{10} の桁数を求めよ。ただし $\log_{10} 2 = 0.3010$ とする。

(配点 25 %)

2 $\triangle ABC$ において、 $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$ の大きさと対辺の長さをそれぞれ A , B , C および a , b , c で表す。次の問いに答えよ。

(1) $\sin \frac{B}{2} = \cos \frac{A+C}{2}$ および $\cos \frac{B}{2} = \sin \frac{A+C}{2}$ が成立することを示せ。

(2) $a + c = 2b$ を満たすとき、 $\sin A + \sin C = 2 \sin B$ が成立することを示せ。

(3) $a + c = 2b$ を満たすとき、 $\sin A + \sin C = 2 \sin \frac{A+C}{2} \cos \frac{A-C}{2}$ を用いて $\tan \frac{A}{2} \tan \frac{C}{2}$ の値を求めよ。

(配点 25 %)

3 実数 t が $0 \leq t \leq \frac{2}{3}$ の範囲を変化するとき、2 つの曲線

$$C: y = -2x^2 + 3x, \quad C_t: y = |x^2 - 3tx|$$

で囲まれる図形の面積を $S(t)$ とおく。次の問いに答えよ。

(1) 2 曲線 C, C_t の交点の x 座標をすべて求めよ。

(2) $S(t)$ を t の式で表せ。

(3) $S(t)$ を最大にする t の値を求めよ。

(配点 25 %)

4 A の袋には赤球 3 個と白球 2 個が, B の袋にも赤球 3 個と白球 2 個が入っている。A, B の袋から, それぞれ任意に 1 個の球を同時に取り出す。取り出した球は元に戻さず, これを 1 回の操作とする。この操作を 4 回繰り返すとき, 次の問いに答えよ。

- (1) 1 回目の操作で取り出された 2 個の球がともに赤球である確率を求めよ。
- (2) 1 回目の操作で取り出された 2 個の球と 2 回目の操作で取り出された 2 個の球がすべて赤球である確率を求めよ。
- (3) 初めて白球が取り出されるまでの球を取り出す操作の回数の期待値を求めよ。

(配点 25 %)