

2012 年度

M 2

数 学

2 月 25 日 (土)

【前 期 日 程】

情 報 学 部 (情報科学科)

理 学 部 (物理学科, 化学科)

工 学 部

13 : 00 ~ 15 : 00

注 意 事 項

試験開始前

- 1 監督者の指示があるまで, 問題冊子, 解答用紙に手を触れないでください。
- 2 監督者の指示に従って, 全部の解答用紙 (4 枚) に受験番号を記入してください。

試験開始後

- 3 この問題冊子は, 4 ページあります。はじめに, 問題冊子, 解答用紙を確かめ, 枚数の不足や, 印刷の不鮮明なもの, ページの落丁・乱丁があった場合は, 手をあげて監督者に申し出てください。
- 4 解答は, すべて別紙解答用紙に記入してください。
- 5 解答スペースが不足するときは, 解答用紙の裏面も使用することが出来ます。ただし, その場合は, 表面に「裏へつづく」と明記してください。
- 6 問題は, 声を出して読むはいけません。
- 7 各問ごとの配点は, 比率 (%) で表示してあります。

試験終了後

- 8 問題冊子は, 必ず持ち帰ってください。

1 放物線 $y = x^2$ 上の 2 点 $A(a, a^2)$, $B(b, b^2)$ ($a < 0 < b$) における接線の交点を C とする。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) 点 C の座標を a, b を用いて表せ。
- (2) $\triangle ABC$ が正三角形のとき、 a, b の値を求めよ。
- (3) $\triangle ABC$ が直角二等辺三角形となるような a, b の組をすべて求めよ。

(配点 25 %)

2 行列 $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ が

$$A^2 - 4A + 3E = O$$

を満たしている。ただし、 E は 2 次の単位行列、 O は 2 次の零行列とする。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) $a + d$ のとり得るすべての値を求めよ。
- (2) a が整数で $b = c$ となるような A をすべて求めよ。

(配点 25 %)

3 ある工場では、昼間にタンクの水を使用し、夜間に水を補給する。毎日、朝の水量のうち 10% が使用され、その日の夜に 200 リットルが補給される。操業 1 日目の朝の始業前には、タンクの水量が 8000 リットルであった。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) 3 日目の朝の始業前のタンクの水量を求めよ。
- (2) n 日目の朝の始業前のタンクの水量を a_n リットルとするとき、 a_{n+1} を a_n で表せ。
- (3) 朝の始業前のタンクの水量がはじめて 2400 リットル未満になるのは、何日目の朝か。ただし、 $\log_{10} 2 = 0.3010$, $\log_{10} 3 = 0.4771$ とする。

(配点 25 %)

4 $x > 0$ に対して $f(x) = \int_x^{x+1} \log t \, dt$ とおき, $y = f(x)$ のグラフを C とする。このとき, 次の問いに答えよ。ただし $\lim_{x \rightarrow +0} x \log x = 0$ を使ってよい。

(1) $f(x)$ と $f'(x)$ をそれぞれ求めよ。

(2) 定積分 $\int_1^2 f(x) \, dx$ を求めよ。

(3) $k \geq 0$ を定数とする。直線 $y = k(x+1)$ と曲線 C が共有点をもつための条件を求めよ。

(配点 25 %)