2014年度

M 1　　数　学

2月25日(火)
【前 期 日 程】

教 育 学 部
理　学　部(生物科学科，地球科学科)　　13：00～14：20
農　学　部

注 意 事 項

試験開始前

1　監督者の指示があるまで，問題冊子，解答用紙に手を触れないでください。

2　監督者の指示に従って，全部の解答用紙(4枚)に受験番号を記入してください。

試験開始後

3　この問題冊子は，4ページあります。はじめに，問題冊子，解答用紙を確かめ，枚数の不足や，印刷の不鮮明なもの，ページの落丁・乱丁があった場合は，手をあげて監督者に申し出てください。

4　解答は，すべて別紙解答用紙に記入してください。

5　解答スペースが不足するときは，解答用紙の裏面も使用することが出来ます。ただし，その場合は，表面に「裏へつづく」と明記してください。

6　問題は，声を出して読んではいけません。

7　各問ごとの配点は，比率(%)で表示してあります。

試験終了後

8　問題冊子は，必ず持ち帰ってください。

1 $AB = AC = 8$ である二等辺三角形 ABC がある。点 P は辺 BC 上にあり，$\angle BAP = \theta$，$\angle PAC = 2\theta$，$\cos\theta = \dfrac{7}{8}$ であるとする。このとき，次の問いに答えよ。

(1) BC の長さを求めよ。

(2) BP : PC を求めよ。

(3) AP の長さを求めよ。

（配点 25 %）

2 n を 3 以上の自然数とし，k を 4 以上の自然数とする。1 から n までの番号の札が 1 枚ずつ計 n 枚ある。この中から 1 枚の札を引き，番号を記録してからもとに戻す操作をする。この試行を k 回くり返す。i 回目 $(1 \leqq i \leqq k)$ に引いた札の番号を X_i とするとき，次の問いに答えよ。

(1) X_1，X_2，$\cdots$，X_k がすべて異なる番号である確率を求めよ。

(2) X_1，X_2，$\cdots$，X_k のうち，ちょうど $k-1$ 個が同じ番号である確率を求めよ。

(3) 自然数 ℓ が $2 \leqq \ell \leqq k-2$ を満たすとき，X_1，X_2，$\cdots$，X_k のうち，ちょうど ℓ 個が同じ番号で，残りの $k-\ell$ 個がすべて異なる番号である確率を求めよ。

（配点 25 %）

◇M10(284—80)

3 三角形 OAB において，頂点 A，B におけるそれぞれの外角の二等分線の交点を C とする。$\overrightarrow{\mathrm{OA}} = \vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}} = \vec{b}$ とするとき，次の問いに答えよ。

(1) 点 P が ∠AOB の二等分線上にあるとき，

$$\overrightarrow{\mathrm{OP}} = t\left(\frac{\vec{a}}{|\vec{a}|} + \frac{\vec{b}}{|\vec{b}|}\right)$$

となる実数 t が存在することを示せ。

(2) $|\vec{a}| = 7$，$|\vec{b}| = 5$，$\vec{a} \cdot \vec{b} = 5$ のとき，$\overrightarrow{\mathrm{OC}}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$ を用いて表せ。

（配点 25 %）

4 a を定数とする。2 次関数 $f(x)$ は等式

$$f(x) = 6(a+1)x^2 - 12x\int_0^1 f(t)\,dt + 5a - 2$$

を満たすとする。このとき，2 次関数 $f(x)$ と 3 次関数 $g(x) = -4x^3 + f(x)$ について，次の問いに答えよ。

(1) 定積分 $\int_0^1 f(t)\,dt$ を a を用いて表せ。

(2) 3 次関数 $g(x)$ の増減を調べ，極値があればその極値を求めよ。

(3) 3 次方程式 $g(x) = 0$ が異なる 3 つの実数解をもつとき，定数 a の値の範囲を求めよ。

（配点 25 %）