

2015 年度

M 2

数 学

2 月 25 日 (水)

【前 期 日 程】

情 報 学 部 (情報科学科)

理 学 部 (物理学科, 化学科)

工 学 部

9 : 30 ~ 11 : 30

注 意 事 項

試験開始前

- 1 監督者の指示があるまで、問題冊子、解答用紙に手を触れてはいけません。
- 2 監督者の指示に従って、全部の解答用紙(4 枚)に受験番号を記入しなさい。

試験開始後

- 3 この問題冊子は、5 ページあります。はじめに、問題冊子、解答用紙を確かめ、枚数の不足や、印刷の不鮮明なもの、ページの落丁・乱丁があった場合は、手をあげて監督者に申し出なさい。
- 4 新教育課程履修者は、問題 1 から問題 4 の 4 問を解答しなさい。
(新教育課程履修者は旧教育課程履修者用選択問題 4 (以下、旧問題 4 とする)は選択できません。)
- 5 旧教育課程履修者は、問題 1 から問題 3 の 3 問と、問題 4 と旧問題 4 のうちどちらか 1 問の合計 4 問を解答しなさい。
- 6 旧教育課程履修者で旧問題 4 を選択した場合は、第 4 問の解答用紙の問題番号欄の右の 旧 を○で囲みなさい。
- 7 解答はすべて解答用紙に記入しなさい。
- 8 解答スペースが不足するときは、解答用紙の裏面も使用することが出来ます。ただし、その場合は、表面に「裏へつづく」と明記しなさい。
- 9 問題は、声を出して読むではいけません。
- 10 各問の配点は、比率(%)で表示してあります。

試験終了後

- 11 問題冊子は、必ず持ち帰りなさい。

1 関数 $f(x) = x^3 - 9x^2 + 24x$ について、次の問いに答えよ。

- (1) $f(x)$ の増減、極値を調べて、グラフの概形をかけ。
- (2) k を定数とすると、曲線 $y = f(x)$ と直線 $y = kx$ の共有点の個数を調べよ。
- (3) 曲線 $y = f(x)$ と直線 $y = 6x$ で囲まれた図形の面積 S を求めよ。

(配点 25 %)

2 $\triangle ABC$ において、 $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$ とおき、 $|\vec{b}| = 1$, $|\vec{c}| = \sqrt{3}$, $\vec{b} \cdot \vec{c} = 1$ であるとする。辺 BC を $1:2$ に内分する点を D , 線分 AD に関して B と対称な点を E , 直線 AE と辺 BC の交点を F とする。このとき、次の問いに答えよ。

(1) $\triangle ABC$ の面積 S_1 を求めよ。

(2) $\overrightarrow{AE}$ を $\vec{b}$, $\vec{c}$ を用いて表せ。

(3) $\overrightarrow{AF}$ を $\vec{b}$, $\vec{c}$ を用いて表せ。

(4) $DF:BC$ を求めよ。

(5) $\triangle DEF$ の面積 S_2 を求めよ。

(配点 25 %)

3 e を自然対数の底とし, $0 \leq x \leq e$ とする。関数 $f(x) = \int_0^2 |e^t - x^2| dt$ について, 次の問いに答えよ。

- (1) 定積分を計算し, $f(x)$ を x を用いて表せ。
- (2) $f(x)$ の最大値と最小値を求めよ。また, それらの値をとるときの x の値もそれぞれ求めよ。

(配点 25 %)

- 4 i を虚数単位, r を 1 より大きい実数とし, $w = r \left(\cos \frac{\pi}{24} + i \sin \frac{\pi}{24} \right)$ とおく。また, 数列 $\{z_n\}$ を次の式で定める。

$$z_1 = w, \quad z_{n+1} = z_n w^{n+2} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

このとき, 次の問いに答えよ。

- (1) z_2 を r を用いて表せ。
- (2) z_n の偏角の 1 つを n を用いて表せ。
- (3) 複素数平面で原点を O , z_n で表される点を P_n とする。 $7 \leq n \leq 48$ のとき, $\triangle P_n O P_{n+1}$ が $\angle O = \frac{\pi}{3}$ を満たす直角三角形となるような n と r をそれぞれ求めよ。また, そのときの z_n の偏角 θ を $0 \leq \theta < 2\pi$ の範囲で求めよ。

(配点 25 %)

4 r を 1 より大きい実数とし, $A = r \begin{pmatrix} \cos \frac{\pi}{24} & -\sin \frac{\pi}{24} \\ \sin \frac{\pi}{24} & \cos \frac{\pi}{24} \end{pmatrix}$ とおく。また, xy 平面上の点 $P_n(x_n, y_n)$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) を次の式で定める。

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} x_{n+1} \\ y_{n+1} \end{pmatrix} = A^{n+2} \begin{pmatrix} x_n \\ y_n \end{pmatrix}$$

このとき, 次の問いに答えよ。

- (1) 点 P_2 の座標を r を用いて表せ。
- (2) xy 平面上で原点 O と点 $X(1, 0)$ について, 半直線 OX を始線とし, 半直線 OP_n を動径とすると, 動径 OP_n の表す角の 1 つを n を用いて表せ。
- (3) $7 \leq n \leq 48$ のとき, $\triangle P_n OP_{n+1}$ が $\angle O = \frac{\pi}{3}$ を満たす直角三角形となるような n と r をそれぞれ求めよ。また, そのとき OX を始線とする動径 OP_n の表す角を θ として, θ を $0 \leq \theta < 2\pi$ の範囲で求めよ。

(配点 25 %)