

2017年度

M 1

数 学

教 育 学 部（音楽教育・美術教育・保健体育教育を除く各専修）
2月25日（土） 理 学 部（生物科学科, 地球科学科）
【前 期 日 程】 農 学 部
地 域 創 造 学 環（選抜方法A） 9:30～10:50

注 意 事 項

試験開始前

- 1 監督者の指示があるまで、問題冊子、解答用紙に手を触れてはいけません。
- 2 監督者の指示に従って、全部の解答用紙（4枚）に受験番号を記入しなさい。

試験開始後

- 3 この問題冊子は、4ページあります。はじめに、問題冊子、解答用紙を確かめ、枚数の不足や、印刷の不鮮明なもの、ページの落丁・乱丁があった場合は、手をあげて監督者に申し出なさい。
- 4 解答はすべて解答用紙に記入しなさい。
- 5 解答スペースが不足するときは、解答用紙の裏面も使用することが出来ます。ただし、その場合は、表面に「裏へつづく」と明記しなさい。
- 6 問題は、声を出して読んではいけません。
- 7 各問の配点は、比率(%)で表示してあります。

試験終了後

- 8 問題冊子は、必ず持ち帰りなさい。

- 1** a, b, c を正の整数, α を有理数とする。2 次関数 $f(x) = ax^2 + bx - c$ に対して

$$\int_0^{1+\sqrt{2}} f(x) dx = -\alpha - (\alpha + 3)\sqrt{2}$$

が成り立つとする。このとき, 次の問いに答えよ。

- (1) p, q, r, s を有理数とする。 $p + q\sqrt{2} = r + s\sqrt{2}$ のとき, $p = r$ かつ $q = s$ であることを示せ。ただし, $\sqrt{2}$ が無理数であることを用いてよい。
- (2) a, b の値を求め, c を α を用いて表せ。
- (3) $f(\alpha) = 0$ のとき, α の値を求めよ。
- (4) (3) で求めた α について, 曲線 $y = f(x)$ 上の点 $(\alpha, f(\alpha))$ における接線を ℓ とする。このとき, 曲線 $y = f(x)$ と接線 ℓ および y 軸で囲まれた図形の面積 S を求めよ。

(配点 25 %)

2 $\{a_n\}$ を数列とし、 $S_n = \sum_{k=1}^n a_k$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) とおく。 C を定数とする。数列 $\{a_n\}$ と数列

$\{S_n\}$ が関係式

$$a_1 = 2, \quad a_n = n^2 - 2S_n + C \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

を満たしているとする。このとき、次の問いに答えよ。

(1) C の値を求めよ。

(2) a_{n+1} を、 a_n と n を用いて表せ。

(3) 数列 $\{b_n\}$ を

$$b_n = a_n - n + 1 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

で定める。このとき、数列 $\{b_n\}$ の一般項を求めよ。

(4) 数列 $\{S_n\}$ の一般項を求めよ。

(配点 25 %)

3 $0 < A < \frac{\pi}{2}$, $0 < B < \frac{\pi}{2}$, $0 < C < \frac{\pi}{2}$ とし, $a = \tan A$, $b = \tan B$, $c = \tan C$ とおく。このとき, 次の問いに答えよ。

(1) $A = \frac{\pi}{3}$, $B = \frac{\pi}{4}$, $C = \frac{5}{12}\pi$ のとき, $a, b, c, a+b+c, abc$ の値をそれぞれ求めよ。

(2) $a+b+c=abc$ のとき, つねに $A+B+C=\pi$ が成り立つことを示せ。

(3) $a+b+c=abc$ かつ $C = \frac{\pi}{4}$ のとき, $a+b$ の最小値, および, そのときの A, B の値をそれぞれ求めよ。

(配点 25 %)

- 4 整数 n がある整数の 2 乗で表されるとき、 n は平方数であるという。2 つの平方数の和で表される整数全体の集合を A とする。たとえば、 $0 = 0^2 + 0^2$ より $0 \in A$ であり、また、 $13 = 2^2 + 3^2$ より $13 \in A$ である。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) 整数 a, b, x, y に対して、等式

$$(a^2 + b^2)(x^2 + y^2) = (ax + by)^2 + (ay - bx)^2$$

が成り立つことを示せ。

- (2) 2 つの整数 α, β が A の要素であるとき、積 $\alpha\beta$ は A の要素であることを示せ。

- (3) 25, 50, 1250 のそれぞれが A の要素であることを示せ。

(配点 25 %)