

2019年度

M 2

数 学

	情 報 学 部 (情報科学科)	
2月25日(月)	理 学 部 (物理学科, 化学科)	9 : 30 ~ 11 : 30
【前 期 日 程】	工 学 部	

注 意 事 項

試験開始前

- 1 監督者の指示があるまで、問題冊子、解答用紙に手を触れてはいけません。
- 2 監督者の指示に従って、全部の解答用紙(5枚)に受験番号を記入しなさい。

試験開始後

- 3 この問題冊子は、4 ページあります。はじめに、問題冊子、解答用紙を確かめ、枚数の不足や、印刷の不鮮明なもの、ページの落丁・乱丁があった場合は、手をあげて監督者に申し出なさい。
- 4 解答はすべて解答用紙に記入しなさい。
- 5 解答スペースが不足するときは、解答用紙の裏面も使用することが出来ます。ただし、その場合は、表面に「裏へつづく」と明記しなさい。
- 6 問題 4 の解答用紙は、数学解答用紙(その4)および(その5)の2枚です。
- 7 問題は、声を出して読んではいけません。
- 8 各問の配点は、比率(%)で表示してあります。

試験終了後

- 9 問題冊子は、必ず持ち帰りなさい。

1 数列 $\{a_n\}$ を次のように定める。

$$a_1 = 2, \quad a_{n+1} = a_n^3 4^n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

このとき、次の問いに答えよ。

- (1) $b_n = \log_2 a_n$ とするとき、 b_{n+1} を b_n を用いて表せ。
- (2) α, β を定数とし $f(n) = \alpha n + \beta$ とする。このとき、 $b_{n+1} - f(n+1) = 3\{b_n - f(n)\}$ が成り立つように α, β を定めよ。
- (3) 数列 $\{a_n\}, \{b_n\}$ の一般項をそれぞれ求めよ。

(配点 25 %)

2 $0 \leq x \leq 2\pi$ の範囲で $f(x) = e^x \sin x$, $g(x) = e^x \cos x$ を考える。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) $f(x)$, $g(x)$ の極値をそれぞれ求めよ。
- (2) 2 曲線 $y = f(x)$, $y = g(x)$ で囲まれた図形の面積を求めよ。
- (3) $0 \leq x \leq \frac{\pi}{4}$ の範囲で、2 曲線 $y = f(x)$, $y = g(x)$ と y 軸で囲まれた図形を x 軸のまわりに 1 回転してできる回転体の体積を求めよ。

(配点 25 %)

3 平面上に $\triangle ABC$ がある。実数 x, y に対して、点 P が

$$3\overrightarrow{PA} + 4\overrightarrow{PB} + 5\overrightarrow{PC} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC}$$

を満たすものとする。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) $x = y = 0$ のとき、 $\triangle PAB$, $\triangle PBC$, $\triangle PCA$ の面積比を求めよ。
- (2) 点 P が $\triangle ABC$ の周および内部にあるとき、点 (x, y) が存在する範囲を xy 平面上に図示せよ。
- (3) (2) をみたす点 (x, y) のうち $\triangle PAB$, $\triangle PBC$, $\triangle PCA$ の面積比が $1:2:3$ となる点 (x, y) を求めよ。
- (4) 線分 BC を $2:1$ に外分する点を D とする。点 P が線分 CD 上（両端を含む）にあるとき、点 (x, y) が存在する範囲を xy 平面上に図示せよ。

(配点 25 %)

4 a, b, c を 0 から 9 までの整数とし、整数 $n = 100a + 10b + c$ を考える。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) n が 7 の倍数であるための必要十分条件は $10a + b - 2c$ が 7 の倍数であることを示せ。
- (2) $a \neq b, a = c$ であるとき、 n が 7 の倍数となるような a と b の組は何通りあるか。
- (3) $a = b, a \neq c$ であるとき、 n が 7 の倍数となるような a と c の組は何通りあるか。
- (4) ① から ⑩ までの 10 枚のカードの中から、無作為に 3 枚を選んで並べて数を表すことにする。
例えば ⑧③① は 831 とし、①④⑨ は 49 とする。並べた数 $\overline{abc}$ が 7 の倍数である確率を求めよ。

(配点 25 %)

