

1. 解答は解答用紙の所定の欄に記入せよ。
2. この問題用紙および下書き用紙は解答用紙と共に机上に残すこと。

(その1)

1 次の各問に答えよ。ただし、答は結果のみを解答欄に記入せよ。

- (1) $\left(x^2 - \frac{1}{x^3}\right)^{10}$ を展開したときの x^{-5} の係数を求めよ。
- (2) $0 < x < \frac{\pi}{2}$ のとき、方程式 $\sin x = |\tan 2x|$ の解を α とする。 $\cos \alpha$ の値を求めよ。
- (3) 初項 a 、公差 d の等差数列 $a_1 (= a)$, a_2 , a_3 , ... があり、その第5項は132である。また、第 n 項までの和を S_n とするとき、 $S_{20} > 0$ かつ $S_{21} < 0$ である。
 - (3-1) 公差 d のとりうる値の範囲を求めよ。
 - (3-2) $a_n < 0$ となる最小の n の値を求めよ。
- (4) $\triangle ABC$ およびその内部の点 P があり、 $\triangle PBC : \triangle PCA : \triangle PAB = 2 : 4 : 5$ をみたしている。いま3点 A , B , C の位置ベクトルをそれぞれ $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ とする。このとき、点 P の位置ベクトルを $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ を用いて表せ。
- (5) $f(x) = 4x \sin x + 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(t) \cos t \, dt$ をみたす関数 $f(x)$ を求めよ。

2 関数 $f(x) = e^{2x} - 2ae^x + 2e^2x$ について以下の問に答えよ。ただし、 a は実数とする。

- (1) この関数が極大値と極小値をもつような実数 a の値の範囲を求めよ。
- (2) a が(1)で求めた範囲にあるとき、関数 $f(x)$ の極大値と極小値の和を a の式で表せ。
- (3) a が(1)で求めた範囲にあり、関数 $f(x)$ の極大値と極小値の和が $-7e^2$ であるとする。このとき、極大および極小を与える x の値をそれぞれ求めよ。

(その2)

1. 解答は解答用紙の所定の欄に記入せよ。
2. この問題用紙および下書き用紙は解答用紙と共に机に残すこと。

3 まずAを読んで設問(1), (2)に, 次にBを読んで設問(3)~(6)に答えよ。ただし, 答は結果のみを解答欄に記入せよ。

A 生体に投与された薬物の体内量は時間の経過につれて減少する。いま, ある薬物の時刻 t における体内量を y とする。このとき, 時刻 $t = t_0$ における体内量を $c (c > 0)$ とすれば, その後の体内量は関係式 $y = ce^{-k(t-t_0)}$ に従って減少することが知られている。ただし, e は自然対数の底, k は正の定数である。

- (1) この薬物の体内量の変化速度 dy/dt を y を使った式で表せ。
- (2) y の値が初期の値 c から $c/2$ にまで減少するのにかかる時間を求めよ。

B いま, a を正の定数とし, Aにおける薬物の, 時刻 $t = 0$ における体内量を a とする。また, その後, 単位時間が経過するたびに(すなわち, 時刻 $t = 1, 2, 3, \dots$ において), この薬物を a だけ追加投与し続けるものとする。なお薬物の投与の際, 体内量は投与量だけ瞬時に増加するものとする。

- (3) 時刻 $t = 2$ における, 追加投与直前の体内量を求めよ。
- (4) n を正の整数とする。このとき, 時刻 $t = n$ における, 追加投与直前の体内量を求めよ。
- (5) (4)で求めた体内量の, $n \rightarrow \infty$ としたときの極限值を求めよ。
- (6) 追加投与の時間間隔を変更して, 単位時間の2倍が経過するたびに(すなわち, 時刻 $t = 2, 4, 6, \dots$ において), この薬物を a だけ追加投与し続けるものとする。なお, 薬物の投与の際, 体内量が投与量だけ瞬時に増加することは同じである。このとき, 設問(5)に相当する極限值を求めよ。

4 次の各問に答えよ。ただし, 答は結果のみを解答欄に記入せよ。

(1) x の整式 $P(x)$ は $x^2 + 5$ で割り切れ, $x - 2$ で割ると9余るという。 $P(x)$ を $(x^2 + 5)(x - 2)$ で割ったときの余りを求めよ。

(2) 半径1の円に内接する直角三角形があり, その一辺の長さは1である。この直角三角形に内接する円の半径を求めよ。

(3) 次の極限值を求めよ。

$$(3-1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{x}$$

$$(3-2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x \sin x}$$

(4) ある病院のある日の外来受診者は, 男性200名, 女性800名であった。またそのうち, 男性の40%, 女性の20%が病気であった。この日の受診者の中から, どの人も平等に選ばれるような方法で1人を選ぶとき, 次の確率を求めよ。

(4-1) 選ばれた人が病気である確率

(4-2) 選ばれた人が病気の男性である確率