

平成22年度 入学試験問題

医学部 (I期)

英語・数学

注意事項

1. 試験時間 平成22年1月29日、午前9時30分から12時まで
2. 配付した試験問題(冊子)、解答用紙の種類はつぎのとおりです。
 - (1) 試験問題(冊子、左折り)(表紙・下書き用紙付)
英語
数学(その1、その2)
 - (2) 解答用紙
英語 1枚(上端黄色)(右肩落し)
数学(その1) 1枚(上端茶色)(右肩落し)
" (その2) 1枚(上端茶色)(左肩落し)
3. 下書きが下書き用紙で足りなかったときは、試験問題(冊子)の余白を使用して下さい。
4. 試験開始2時間以後からは退場を許可します。但し、試験終了10分前以降の退場は許可しません。
5. 受験中にやむなく外出(手洗い等)を望むものは挙手し、監督者の指示に従って下さい。
6. 退場の際は、この試験問題(冊子)を一番上にのせ、挙手し監督者の許可を得てから、試験問題(冊子)、受験票および所持品携行の上退場して下さい。
7. 休憩のための退場は認めません。
8. 試験終了のチャイムが鳴ったら、直ちに筆記をやめ、おもてのまま上から試験問題(冊子)、解答用紙[英語、数学(その1)、数学(その2)]の順にそろえて確認して下さい。確認が終っても、指示があるまでは席を立たないで下さい。
9. 試験問題(冊子)はお持ち帰り下さい。
10. 監督者退場後、試験場で昼食をとることは差支えありません。ゴミ入れは場外に設置してあります。
11. 午後の集合は1時15分です。

数 学 (その 1)

1 次の各問に答えよ。ただし、答は結果のみを解答欄に記入せよ。

(1) 数列 $\{a_n\}$ は、 $a_1 = \frac{3}{2}$ 、 $a_{n+1} = 2a_n(a_n + 1)$ ($n \geq 1$) を満たしている。

(1-1) $b_n = a_n + \frac{1}{2}$ とおく。 b_{n+1} と b_n の関係式を求めよ。

(1-2) 一般項 a_n を求めよ。

(2) 三角形 ABC の辺 AB の中点を M とし、点 M から辺 CA、CB に下した垂線の足をそれぞれ E、F とすると、 $\overrightarrow{CE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{CA}$ 、 $\overrightarrow{CF} = \frac{1}{4}\overrightarrow{CB}$ であった。 $\overrightarrow{CA} = \vec{a}$ 、 $\overrightarrow{CB} = \vec{b}$ とおく。

(2-1) ベクトル $\overrightarrow{ME}$ を $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ を用いて表せ。

(2-2) 3 辺の長さの比 BC : CA : AB を求めよ。

(3) $0 \leq x < 2\pi$ とする。次の不等式を解け。

$$\cos\left(x + \frac{5\pi}{12}\right) + \cos\left(x + \frac{\pi}{12}\right) + \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \geq 1$$

(4) 関数 $f(x)$ は、関係式

$$(x^2 + x - 6)f(x) = ax^4 + bx^2 + c + d \sin(x^2 - 4)$$

を満たしている。ここで、 a 、 b 、 c 、 d は実数である。

(4-1) $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 5$ であるとき、 a 、 b の値を求めよ。

(4-2) (4-1)において、さらに $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 24$ であるとき、 c 、 d の値を求めよ。

2

実数 t に対し、 t を超えない最大の整数を記号 $[t]$ で表す。次の問に答えよ。

- (1) 任意の実数 x に対して、次の等式①が成り立つことを示したい。

$$[x] + \left[x + \frac{1}{2} \right] = [2x] \quad \cdots \quad \text{①}$$

いま、実数 x を、整数 m と $0 \leq a < 1$ を満たす実数 a により、 $x = m + a$ と表す。

(1-1) $0 \leq a < \frac{1}{2}$ とする。このとき、等式①が成り立つことを証明せよ。

(1-2) $\frac{1}{2} \leq a < 1$ とする。このとき、等式①が成り立つことを証明せよ。

- (2) 任意の実数 x 、および $n \geq 2$ を満たす任意の整数 n に対して、次の等式②が成り立つことを証明せよ。

$$[x] + \left[x + \frac{1}{n} \right] + \cdots + \left[x + \frac{n-1}{n} \right] = [nx] \quad \cdots \quad \text{②}$$

数 学 (その 2)

3 次の各問に答えよ。ただし、答は結果のみを解答欄に記入せよ。

(1) 関数 $f(x)$ は $a \leq x \leq \beta$ の範囲で定義され、 $\int_a^\beta f(x) dx = 1$ 、 $\int_a^\beta xf(x) dx = A$ である。

関数 $g(y)$ を $g(y) = \int_y^\beta f(x) dx$ ($a \leq y \leq \beta$) と定義するとき、以下の問に答えよ。

(1-1) $\frac{dg(y)}{dy}$ を関数 f を用いて表せ。

(1-2) $\int_a^\beta g(y) dy$ の値を求めよ。

(2) xy 平面上の 2 つの曲線 $y = x^2 + a$ (a は実数) と $x^2 + y^2 = 1$ が 4 つの異なる共有点をもつような a の値の範囲を求めよ。

(3) 半径 r の円に正 24 角形が内接している。この正 24 角形の面積を求めよ。

4

『』内の文章を読み、以下の問(1)～(4)に答えよ。ただし、答は結果のみを解答欄に記入せよ。

『疾患 D に関する 2 種類の遺伝子 XA と XB がある。人は必ず XA か XB のどちらか一方のみを持ち、どちらも持たない、あるいは両方を持つという人は存在しないものとする。

今、無作為に 1 人の人を抽出すると、その人が XA を持つ確率が 0.2 である集団について考える。この集団に属しかつ XA を持つ人の中から、無作為に 1 人の人を抽出すると、その人が疾患 D である確率は a ($0 \leq a \leq 1$) である。同様に、この集団に属しかつ XB を持つ人の中から、無作為に 1 人の人を抽出すると、その人が疾患 D である確率は b ($0 \leq b \leq 1$) である。』

- (1) この集団から無作為に 1 人を抽出しその人を元に戻す。これを 2 回繰り返したところ、抽出された 2 人のうち、一方の人が XA を持ち、残りの人が XB を持っていた。この条件の下で、この 2 人が両方とも疾患 D である条件つき確率を求めよ。
- (2) この集団から無作為に 1 人を抽出するとき、その人が疾患 D である確率を求めよ。
- (3) この集団から無作為に 1 人を抽出したところ、その人は疾患 D であった。この条件の下で、この人が XA を持つ条件つき確率を求めよ。
- (4) (3)の確率が 0.5 以上となるために、 a 、 b が満たすべき条件を求めよ。