

# 平成23年度 入学試験問題

## 医学部 (I期)

### 英語・数学

#### 注意事項

1. 試験時間 平成23年1月28日、午前9時30分から12時まで
2. 配付した試験問題(冊子)、解答用紙の種類はつぎのとおりです。
  - (1) 試験問題(冊子、左折り)(表紙・下書き用紙付)
    - 英語(その1, その2)
    - 数学(その1, その2)
  - (2) 解答用紙
    - 英語(その1) 1枚(上端黄色)(右肩落し)
    - ” (その2) 1枚(上端黄色)(左肩落し)
    - 数学(その1) 1枚(上端茶色)(右肩落し)
    - ” (その2) 1枚(上端茶色)(左肩落し)
3. 下書きが下書き用紙で足りなかったときは、試験問題(冊子)の余白を使用して下さい。
4. 試験開始2時間以後からは退場を許可します。但し、試験終了10分前以降の退場は許可しません。
5. 受験中にやむなく外出(手洗い等)を望むものは挙手し、監督者の指示に従って下さい。
6. 退場の際は、この試験問題(冊子)を一番上のにせ、挙手し監督者の許可を得てから、試験問題(冊子)、受験票および所持品携行の上退場して下さい。
7. 休憩のための退場は認めません。
8. 試験終了のチャイムが鳴ったら、直ちに筆記をやめ、おもてのまま上から解答用紙[英語(その1)、英語(その2)、数学(その1)、数学(その2)]、試験問題(冊子)の順にそろえて確認して下さい。確認が終っても、指示があるまでは席を立たないで下さい。
9. 試験問題(冊子)はお持ち帰り下さい。
10. 監督者退場後、試験場で昼食をとることは差支えありません。ゴミ入れは場外に設置してあります。
11. 午後の集合は1時15分です。

# 数 学 (その1)

1 次の各問に答えよ。ただし、答は結果のみを解答欄に記入せよ。

(1) 箱の中に1から $n$ までの番号のついた $n$ 枚のカードが入っている。この中から2枚のカードを同時に取り出し、カードに書かれた数のうち最大のものを $X$ とする。ただし、 $n$ は $n \geq 2$ を満たす正の整数とする。また、カードはすべて同形かつ同じ重さとする。

(1-1)  $k$ は $2 \leq k \leq n$ を満たす整数とする。 $X \leq k$ となる確率 $P(X \leq k)$ を求めよ。

(1-2)  $k$ は $2 \leq k \leq n$ を満たす整数とする。 $X = k$ となる確率 $P(X = k)$ を求めよ。

(1-3)  $X$ の期待値を求めよ。

(2) 四角形OABCは $OA = OB = 1$ ,  $\angle AOB = 60^\circ$ ,  $\angle OBC = 90^\circ$ を満たしている。 $BC = t$  ( $t > 0$ )とおく。また、 $\vec{OA} = \vec{a}$ ,  $\vec{OB} = \vec{b}$ ,  $\vec{OC} = \vec{c}$ とおく。

(2-1) 内積 $\vec{b} \cdot \vec{c}$ を求めよ。

(2-2) 内積 $\vec{a} \cdot \vec{c}$ を $t$ を用いて表せ。

(2-3) ベクトル $\vec{c}$ を実数 $x, y$ により $\vec{c} = x\vec{a} + y\vec{b}$ と書くとき、 $x, y$ を $t$ を用いて表せ。

(2-4) 線分ACとOBの交点が線分ACの midpointとなるような $t$ の値を求めよ。

2

$a, b$  は  $a + b, ab$  がともに整数となるような実数であり、しかも  $a + b$  は奇数、 $ab$  は偶数である。次の各問に答えよ。

- (1)  $a^2 + b^2$  は整数であり、しかも奇数であることを示せ。
- (2)  $a^3 + b^3$  は整数であり、しかも奇数であることを示せ。
- (3) 任意の自然数  $n$  について、 $a^n + b^n$  は整数であり、しかも奇数であることを示せ。
- (4) このような実数  $a, b$  で、いずれも整数ではないような例を示せ。

## 数 学 (その2)

3 次の各問に答えよ。ただし、答は結果のみを解答欄に記入せよ。

(1) 不等式  $\log_8(1-x) + \log_{64}(x+2) \geq \log_4 x$  を解け。

(2)  $\tan x + \frac{1}{\tan x} = \frac{10}{3}$  ( $0 < x \leq \frac{\pi}{4}$ ) のとき、 $\sin x + \cos x$  の値を求めよ。

(3) 行列  $\begin{pmatrix} a & 1-a \\ 1-b & b \end{pmatrix}$  で表される移動によって、直線  $y = 3x$  上の点  $(t, 3t)$  が実数  $t$  の値にかかわらずつねに直線  $y = 3x$  上の点に移るための、 $a, b$  の条件を求めよ。

(4) 2次正方行列  $A$  はその逆行列  $A^{-1}$  と一致し、 $A \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}$  を満たしている。 $A$  を求めよ。

4 次の各問に答えよ。ただし、答は結果のみを解答欄に記入せよ。

(1) 2つの放物線  $C_1: y = x^2 - 2x + 3$ ,  $C_2: y = x^2 + 2x - 1$  について、次の問に答えよ。

(1-1) 放物線  $C_1$  と  $C_2$  に共通な接線の方程式を求めよ。

(1-2) 放物線  $C_1$ ,  $C_2$ , および(1-1)で求めた接線で囲まれた部分の面積を求めよ。

(2) 次の問に答えよ。

(2-1)  $\int_0^{\pi} \sin^2 x \, dx$  の値を求めよ。

(2-2)  $\int_0^{\pi} x \sin x \, dx$  の値を求めよ。

(2-3)  $I = \int_{-\pi}^{\pi} (x + 1 + k \sin x)^2 dx$  を最小にする実数  $k$  の値を求めよ。

(2-4) (2-3)の  $I$  の最小値を求めよ。