

数 学

(数学 I , 数学 A , 数学 II 及び数学 B)

答 案 作 成 上 の 注意

1. 解答はすべて解答用紙の指定された欄に記入しなければいけません。
2. 数学は 17 ページから 20 ページまでです。
3. 解答用紙の受験番号欄は 3 か所です。氏名を書いてはいけません。
また、※印欄には何も記入してはいけません。
4. 解答には筆記用具、消しゴム以外のものは使用してはいけません。
5. 特に指示のない限り、解答は計算等の過程も記入しなければいけません。
6. 問題冊子と使用しない解答用紙は持ち帰ってください。

問題 1 次の各間に答えよ。

(1) $0 \leq \theta < 2\pi$ のとき, 不等式 $2 \cos \theta + 1 \geq 0$ を解け。

(2) $0 \leq x < 2\pi$ のとき, 関数 $y = \sin x + \cos x$ の最大値とそのときの x の値, および最小値とそのときの x の値を求めよ。

問題 2 ある等差数列の第 n 項を a_n とするとき,

$$a_{15} + a_{16} + a_{17} = -2622$$

$$a_{99} + a_{103} = -1238$$

が成立している。次の各間に答えよ。

(1) この等差数列の初項と公差を求めよ。

(2) この等差数列の初項から第 n 項までの和を S_n とするとき, S_n が最小となる n の値を求めよ。

問題 3 次の各間に答えよ。なお、整数 a, b, c について、 $a = bc$ と表されるとき、 a は b の倍数であるという。

(1) x は実数とする。不等式 $x^4 - x^2 - 20 < 0$ を解け。

(2) m は整数とする。次の命題の真偽を調べ、該当する方に○をつけよ。また、真である場合には証明し、偽である場合には反例をあげよ。

$$m \text{ は奇数} \implies m^4 - m^2 - 20 \text{ は } 4 \text{ の倍数}$$

(3) m は整数とする。次の命題の真偽を調べ、該当する方に○をつけよ。また、真である場合には証明し、偽である場合には反例をあげよ。

$$m^4 - m^2 - 20 \text{ は } 4 \text{ の倍数} \implies m \text{ は奇数}$$

問題 4 関数 $f(x) = x^3 - 12x$ について、次の各間に答えよ。

(1) $y = f(x)$ のグラフをかけ。

(2) $0 \leq x \leq 5$ の範囲で、 $f(x)$ の最大値とそのときの x の値、および最小値とそのときの x の値を求めよ。

(3) 曲線 $y = f(x)$ 上の点 $(1, f(1))$ における曲線の接線の方程式を求めよ。

(4) $x \geq 0$ の表す領域において 曲線 $y = f(x)$, y 軸、および(3)で求めた接線で囲まれた部分の面積を求めよ。

問題 5 あるだるまメーカーが、大小 2 種類のだるまを製造・販売している。だるまの製造には、材料と職人の作業が必要である。だるま 1 個の製造に必要な材料の量と職人の作業時間、販売によって得られる利益は下の表に示すとおりである。また、材料は 84 kg まで使うことができ、職人は 960 時間まで作業できる。なお、製造しただるまは必ず販売できる。このとき、次の各間に答えよ。

表 だるま 1 個の製造に必要な材料の量、職人の作業時間、得られる利益

	必要な材料の量	必要な職人の作業時間	得られる利益
だるま(小)	100 g	2 時間	300 円
だるま(大)	300 g	3 時間	500 円

- (1) 「だるま(小)」だけを製造・販売する場合、利益は最大でいくらになるか。
- (2) 「だるま(小)」と「だるま(大)」を製造・販売する場合、利益の総額を最大にするためには、「だるま(小)」と「だるま(大)」をそれぞれ何個製造・販売すればよいのか。
- (3) いま、ライバルメーカーとの競争によって、「だるま(小)」1 個から得られる利益が 100 円に、「だるま(大)」1 個から得られる利益が 350 円に、それぞれ低下したとする。この場合、利益の総額を最大にするためには、「だるま(小)」と「だるま(大)」をそれぞれ何個製造・販売すればよいか。