

1 以下の **ア** から **コ** にあてはまる数値を該当する解答欄に記入せよ(途中の計算を示す必要はない).

(1) x, y を実数とするとき $(x^2 + 2x + 4)(y^2 - 4y + 15)$ の最小値は

ア である.

(2) 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 の中から異なる 3 個の数字を並べて 3 衡の整数をつくる. このうち, 偶数の個数は **イ** 個である.

(3) 自然数 n に対して集合 A_n, B_n を, $A_n = \left\{ x \mid \frac{n}{2} \leq x \leq \frac{2n+1}{4} \right\}$,

$B_n = \left\{ x \mid \frac{9}{10}n \leq x \leq \frac{9n+2}{10} \right\}$ とする. $A = A_1 \cup A_2 \cup A_3$,

$B = B_1 \cup B_2 \cup B_3$ としたとき, $A \cap B$ に含まれる数の最大値は,

ウ である.

(4) $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ とするとき,

$A^8 - B^8 = \boxed{\text{エ}} C$ である.

(5) 方程式 $9 \log_x 2 + \log_2 x = 6$ の解は $x = \boxed{\text{オ}}$ である.

(6) $2 \sin x \cos x + 3\sqrt{2}(\sin x + \cos x) + 5$ のとり得る値の最大値は 力
である。

(7) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^2} \left(1 - \frac{1}{\cos^2 x}\right)$ の値は キ である。

(8) xy 平面上に 3 点 $O(0, 0)$, $A(3, 0)$, $B(1, 1)$ をとる。実数 s, t が $s \geq 0, t \geq 0, s + 2t \leq 1$ を満たして動くとき, $\overrightarrow{OP} = s\overrightarrow{OA} + t\overrightarrow{OB}$ によって定まる点 P の動く範囲の面積は ク である。

(9) 点 $(-1, 0)$ を通り傾きが正の直線 l と, 原点 $(0, 0)$ を中心とする半径 1 の円 C について, l の C の内部にある部分の長さが $\frac{1}{2}$ とすると, l の傾きは ケ である。

(10) 放物線 $y = x^2 - 4$ の点 $(-2, 0)$ における接線と, この放物線および y 軸によって囲まれる部分の面積は コ である。

2 以下の サ , シ にあてはまる式を該当する解答欄に記入せよ
(途中の計算を示す必要はない).

(1) xy 平面上に 3 点 $O(0, 0)$, $A(3, -1)$, $B(1, 3)$ をとる. 点 $P(x, y)$ は, $\overrightarrow{OP} = \cos \theta \overrightarrow{OA} + (1 - \sin \theta) \overrightarrow{OB}$ を満たす. θ が実数全体を動くとき, 点 P の軌跡を表す方程式を x, y で表すと, サ となる.

(2) x の方程式 $x^3 - 3x^2 - 9x + a = 0$ が 3 個の異なる実数解をもつような実数 a の範囲は シ である.

3

xyz 空間内に 8 点 $A(5, -3, 6)$, $B(5, -3, -6)$, $C(5, 3, -6)$, $D(5, 3, 6)$, $E(-5, -6, 3)$, $F(-5, -6, -3)$, $G(-5, 6, -3)$, $H(-5, 6, 3)$ がある。6 個の四角形 $ABCD$, $EFGH$, $ABFE$, $DCGH$, $ADHE$, $BCGF$ によって囲まれる立体を V とするとき、以下の間に答えよ(該当する解答欄に途中の経過も含めて記入すること)。

- (1) x 軸に垂直な平面 $x = a$ と線分 AE , BF , CG , DH との交点をそれぞれ P , Q , R , S とするとき、線分 PQ の長さを a で表せ。ただし、 $-5 \leq a \leq 5$ とする。
- (2) 平面 $x = a$ による立体 V の切り口の面積を a で表せ。
- (3) 立体 V の体積を求めよ。