

2008 年度入学試験問題

理 数 科

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開かないこと。
2. この問題の本文は、31 ページである。印刷不鮮明の箇所及び脱落などがあれば、ただちに申し出ること。
3. 解答用紙は各科目 1 枚である。解答はすべて指定された解答欄に記入すること。
4. 受験番号を解答用紙及び問題冊子の所定の欄にはっきり記入すること。
5. 鉛筆(HB)、ペン、消しゴム、定規以外の筆記用具は、使用しないこと。
6. 用便、中途退室等用件のある場合は、無言のまま手をあげて監督者の指示を受けること。
7. 答案が完成しても、退室してはいけない。
8. 配布された問題冊子及び、解答用紙は必ず提出すること。
9. 生物(1～19 ページ)、化学(20～26 ページ)、数学(27～31 ページ)。

|          |  |  |  |  |
|----------|--|--|--|--|
| 受験<br>番号 |  |  |  |  |
|----------|--|--|--|--|

# 数 学

1. 次の各問に答えよ。(結果のみ答えよ)

(1) 不等式  $x^2 - 2x - 3 < 0$  を解け。

(2)  $\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{5}-1} - \frac{\sqrt{24}-\sqrt{6}}{\sqrt{5}+1}$  を簡単にせよ。

(3) 数列  $2a, 1, a^2$  がこの順で等差数列をなす。  $a$  の値を求めよ。

(4) 集合  $A$  を

$$A = \{x \mid x \text{ は } 3 \text{ で割り切れる自然数}\}$$

とする。

$a > b$  を満たす自然数  $a, b$  について、

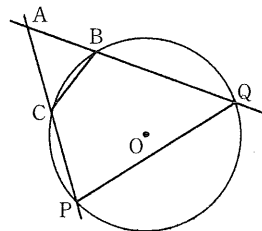
$a \in A$  かつ  $b \in A$  であることは  $(a^2 - b^2) \in A$  である為の 。

に適する内容を番号①～④の中から選び、その番号を解答欄にかけ。

- ① 必要条件だが十分条件ではない    ② 十分条件だが必要条件ではない  
③ 必要十分条件である    ④ 必要条件でも十分条件でもない

(5) 右図において、点  $A$  を通る 2 本の直線が円  $O$  とそれぞれ点  $B, C$ 、点  $Q, P$  で交わっている。

$AB = 2$ 、 $BC : PQ = 1 : 2$  のとき、 $AP$  の長さを求めよ。



(6) 1 つのサイコロを 2 回投る。

1 回目に出た目  $\alpha$  を 2 回目に出た目  $\beta$  で割った商をこの試行の得点とする。ただし、 $1 \leq \alpha, \beta \leq 6$  とする。

例えば、1 回目に 3、2 回目に 2 が出たときの得点は 1 となる。右表は得点を表にした一部である。

| $\alpha \backslash \beta$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---------------------------|---|---|---|---|---|---|
| 1                         | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 2                         |   | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 3                         |   | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 4                         |   |   | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 5                         |   |   | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 6                         |   |   |   | 1 | 1 | 1 |

この試行の得点の期待値を求めよ。

2.  $\boxed{①}$  と  $\boxed{②}$  と  $\boxed{⑩}$  には適する数式を,  $\boxed{③} \sim \boxed{⑨}$ ,  $\boxed{⑪} \sim \boxed{⑬}$  には適する数値を補え。

(1)  $E = 2y^2 - 3y - 2$  を因数分解すると,  $E = \boxed{①}$  となり,

$F = 2x^2 + 5xy + 2y^2 - 3y - 2$  を因数分解すると,  $F = \boxed{②}$  となる。

(2)  $\triangle ABC$  において,

$$AB = 1 + \sqrt{3}, BC = \sqrt{2}, CA = 2$$

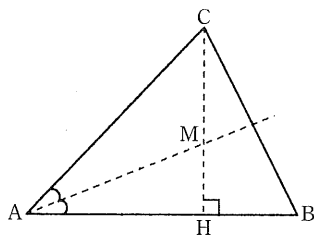
とする。このとき,  $\angle A = \boxed{③}^\circ$  である。

頂点  $C$  から辺  $AB$  に垂線  $CH$  を下ろすと,

$CH = \boxed{④}$  である。

さらに,  $\angle A$  の二等分線と  $CH$  の交点を  $M$  とする。

$CM : MH = \boxed{⑤} : \sqrt{3}$  より  $MH = \boxed{⑥} - 3$  である。



(3) 関数  $f(x) = x^2$  の  $a \leq x \leq a+1$  における最大値と最小値の差を  $L$  とすると,

$a \leq \boxed{⑦}$  のとき,

$$L = f(a) - f(a+1) = -2a - 1$$

$0 \leq a$  のとき,

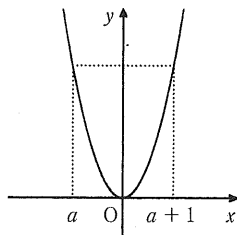
$$L = \boxed{⑧} a + 1$$

また,  $f(a) = f(a+1)$  のとき  $a = \boxed{⑨}$  である。

$\boxed{⑨} < a < 0$  のとき,

$$L = \boxed{⑩}$$

となる。



(4)  $S_{65} = 1 + 2r + 3r^2 + 4r^3 + \cdots + 65r^{64}$  とおく。

$r \neq 1$  のとき,

$$S_{65} - rS_{65} = \sum_{k=1}^{65} r^{k-1} - \boxed{⑪} \cdot r^{65}$$

である。

よって  $r = 2$  のとき,

$$S_{65} = 1 + 2 \boxed{⑫}$$

$r = 1$  のとき,

$$S_{65} = \boxed{⑬}$$

となる。

3. 机の上に赤玉 4 個, 青玉 4 個, 黄玉 4 個の合計 12 個の玉がある。

そこから赤玉  $x$  個, 青玉  $y$  個, 黄玉  $z$  個を  $x, y, z$  が (i) と (ii) を同時に満たすように取り出す。

$$(i) \quad 3x + 2y + z \leq 12 \qquad (ii) \quad 1 \leq x \leq y \leq z \leq 4$$

次に取り出した  $(x + y + z)$  個の玉を (iii) を満たすように一列に並べる。

(iii) 黄玉は 2 個以上連続して並ぶことはない。

このとき次の各問に答えよ。ただし, (1), (2) は結果のみ答えよ。

(1) (i) と (ii) を同時に満たす  $x$  の最大値  $p$  を求めよ。

(2) 赤玉  $a$  個, 青玉  $b$  個, 黄玉 4 個を取り出し並べたところ, (iii) を満たすように一列に並べることが出来た。 $a + b$  の値を求めよ。

(3)  $x = p$  のとき, (iii) を満たす異なる並べ方は何通りあるか。

(4)  $y = 2$  のとき, (iii) を満たす異なる並べ方は何通りあるか。