

〔解答〕

ア 7 イ 5

〔解説〕

放物線 $y = x^2 + 6x + 5$ と直線 $y = 2x + k$ が異なる 2 点 A, B で交わる時、放物線と直線の式を連立した式

$$\begin{aligned} x^2 + 6x + 5 &= 2x + k \\ \Leftrightarrow x^2 + 4x + 5 - k &= 0 \quad \cdots \text{①} \end{aligned}$$

は、異なる 2 実数解をもつから、判別式を D とすると

$$\begin{aligned} D &> 0 \\ \Leftrightarrow \frac{D}{4} &> 0 \\ \Leftrightarrow 2^2 - (5 - k) &> 0 \\ \therefore k &> 1 \end{aligned}$$

である。点 A, B の x 座標をそれぞれ α, β とおくと、 y 座標は $2\alpha + k, 2\beta + k$ となり、線分 AB の長さは

$$\begin{aligned} AB &= \sqrt{(\alpha - \beta)^2 + \{(2\alpha + k) - (2\beta + k)\}^2} \\ &= \sqrt{5} |\alpha - \beta| \end{aligned}$$

となる。いま、 $AB = 2\sqrt{2}$ より

$$|\alpha - \beta| = \frac{2\sqrt{10}}{5}$$

とわかる。また、①の解が α, β であるから、解と係数の関係より $\alpha + \beta = -4, \alpha\beta = 5 - k$ となる。したがって、

$$\begin{aligned} k &= 5 - \alpha\beta \\ &= 5 - \frac{1}{4} \{(\alpha + \beta)^2 - |\alpha - \beta|^2\} \\ &= \frac{7}{5} \end{aligned}$$

となる。これは $k > 1$ を満たす。

〔解答〕

ウエ 14 オカ 27

〔解説〕

等差数列 $\{a_n\}$ の公差を d とおくと、 $a_n = a_1 + (n-1)d$ と書ける。したがって、

$$a_{15} + a_{23} = -240$$

$$\Leftrightarrow 2a_1 + 36d = -240$$

$$\Leftrightarrow a_1 + 18d = -120$$

$$a_{19} + a_{20} + a_{21} = -318$$

$$\Leftrightarrow 3a_1 + 57d = -318$$

$$\Leftrightarrow a_1 + 19d = -106$$

となる。よって、

$$\begin{cases} a_1 + 18d = -120 \\ a_1 + 19d = -106 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1 + 18d = -120 \\ a_1 + 19d = -106 \end{cases}$$

$$\therefore a_1 = -372, d = 14$$

を得る。このとき、

$$\sum_{k=1}^n a_k = \sum_{k=1}^n \{-372 + 14(k-1)\}$$

$$= -386n + 14 \cdot \frac{n(n+1)}{2}$$

$$= 7n \left(n - \frac{379}{7} \right)$$

となる。ここで、放物線 $y = 7x \left(x - \frac{379}{7} \right)$ について、軸は $\frac{379}{14} = 27.0\dots$ であるから、最小値は

$n = 27$ のときである。

〔解答〕

キク 35

〔解説〕

25^{25} の桁数が m 桁であるとする、

$$10^{m-1} \leq 25^{25} < 10^m$$

$$\Leftrightarrow m-1 \leq \log_{10} 25^{25} < m$$

となる。ここで、

$$\begin{aligned}\log_{10} 25^{25} &= 25 \log_{10} 25 \\ &= 25 \log_{10} 5^2 \\ &= 50 \log_{10} \frac{10}{2} \\ &= 50(1 - \log_{10} 2) \\ &= 34.95\end{aligned}$$

より、 25^{25} の桁数は 35 である。

〔解答〕

ケコ -1

〔解説〕

[1] $|x| > 1$ のとき

$$\begin{aligned}\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a + x^2 + x^{2n} - x^{2n+2}}{12 + x^{2n}} &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{a}{x^{2n}} + \frac{1}{x^{2n-2}} + 1 - x^2}{\frac{12}{x^{2n}} + 1} \\ &= \frac{0 + 0 + 1 - x^2}{0 + 1} \\ &= 1 - x^2\end{aligned}$$

となる。

[2] $|x| = 1$ のとき

$$\begin{aligned}\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a + x^2 + x^{2n} - x^{2n+2}}{12 + x^{2n}} &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a + 1 + 1 - 1}{12 + 1} \\ &= \frac{a + 1}{13}\end{aligned}$$

となる。

[3] $|x| < 1$ のとき

$$\begin{aligned}\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a + x^2 + x^{2n} - x^{2n+2}}{12 + x^{2n}} &= \frac{a + x^2 + 0 - 0}{12 + 0} \\ &= \frac{a + x^2}{12}\end{aligned}$$

となる。

以上[1], [2], [3]より, $f(x)$ が実数全体で連続となるための必要十分条件は

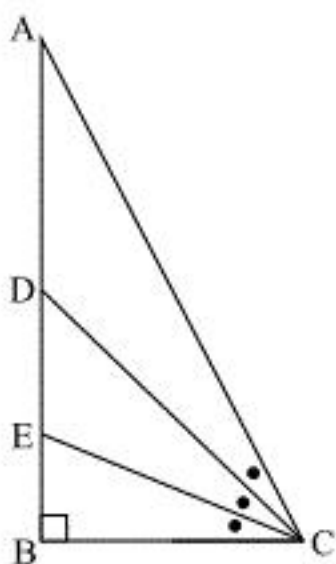
$$\begin{aligned}&\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 1+0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1-0} f(x) = f(1) \\ \lim_{x \rightarrow -1+0} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1-0} f(x) = f(-1) \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{a+1}{12} = 0 = \frac{1+a}{13} \\ \frac{a+1}{12} = 0 = \frac{1+a}{13} \end{cases} \\ &\therefore a = -1\end{aligned}$$

となる。

〔解答〕

サ 5 シ 5

〔解説〕



$\angle BCE = \theta \left(0 < \theta < \frac{\pi}{3} \right)$ とおくと、 $BC = 2$, $BD = \frac{8}{3}$ より、

$$\begin{aligned} CD &= \sqrt{BC^2 + BD^2} \\ &= \frac{10}{3} \end{aligned}$$

となる。したがって、 $\triangle BCD$ に注目して

$$\cos 2\theta = \frac{3}{5}, \sin 2\theta = \frac{4}{5}$$

を得る。また、半角の公式より、

$$\begin{aligned} \cos^2 \theta &= \frac{1 + \cos 2\theta}{2} \\ &= \frac{4}{5} \\ \therefore \cos \theta &= \frac{2\sqrt{5}}{5} \quad (\because \cos \theta > 0) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sin^2 \theta &= \frac{1 - \cos 2\theta}{2} \\ &= \frac{1}{5} \end{aligned}$$

$$\therefore \sin \theta = \frac{\sqrt{5}}{5} \quad (\because \sin \theta > 0)$$

である。したがって、 $\triangle ABC$ に注目して

$$\begin{aligned} AC \cos 3\theta &= BC \\ \Leftrightarrow AC &= \frac{2}{\cos 3\theta} \end{aligned}$$

より、

$$\begin{aligned} \cos 3\theta &= \cos 2\theta \cos \theta - \sin 2\theta \sin \theta \\ &= \frac{3}{5} \cdot \frac{2\sqrt{5}}{5} - \frac{4}{5} \cdot \frac{\sqrt{5}}{5} \\ &= \frac{2\sqrt{5}}{25} \end{aligned}$$

だから、

$$\begin{aligned} AC &= \frac{2}{\frac{2\sqrt{5}}{25}} \\ &= 5\sqrt{5} \end{aligned}$$

となる。

〔解答〕

ア 1 イ 8 ウ 4 エ 7

〔解説〕

病気にかかっている人を選び、病気にかかっていると判定される確率は

$$\frac{1}{14} \cdot \left(1 - \frac{1}{4}\right) = \frac{3}{56}$$

である。また、病気にかかっていない人を選び、病気にかかっていると判定される確率は

$$\left(1 - \frac{1}{14}\right) \cdot \frac{1}{13} = \frac{1}{14}$$

である。したがって、病気にかかっていると判定される確率は

$$\frac{3}{56} + \frac{1}{14} = \frac{1}{8}$$

である。また、病気にかかっていると判定されたときに、実際には病気にかかっていない確率は

$$\frac{\frac{1}{14}}{\frac{1}{8}} = \frac{4}{7}$$

となる。

〔解答〕

オカ -1

〔解説〕

$f(x) = (e^x)^{e^x}$ について, $(e^x)^{e^x} > 0$ より両辺を対数微分して,

$$\{\log f(x)\}' = \{\log(e^x)^{e^x}\}'$$

$$\therefore \frac{1}{f(x)} f'(x) = (e^x x)'$$

$$\therefore f'(x) = (1+x)e^x (e^x)^{e^x}$$

を得る。したがって, 増減表は

x	...	-1	...
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	$\searrow$		$\nearrow$

となる。よって, $f(x)$ は $x=-1$ のときに極値を取る。

〔解答〕

キ 6 ク 3

〔解説〕

 $x = a + bi$ のとき

$$\left(1 - \frac{i}{2}\right)x - 8 + \frac{\sqrt{3}}{2}i = a + \frac{b}{2} - 8 + \left(b - \frac{a}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}\right)i$$

となる。また、ド・モアブルの定理より、

$$\begin{aligned} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{i}{2}\right)^{104} &= \left(\cos \frac{11\pi}{6} + i \sin \frac{11\pi}{6}\right)^{104} \\ &= \cos\left(\frac{11\pi}{6} \cdot 104\right) + i \sin\left(\frac{11\pi}{6} \cdot 104\right) \\ &= \cos \frac{572\pi}{3} + i \sin \frac{572\pi}{3} \\ &= \cos \frac{2\pi}{3} + i \sin \frac{2\pi}{3} \\ &= -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i \end{aligned}$$

である。したがって、複素数の相等より

$$\begin{cases} a + \frac{b}{2} - 8 = -\frac{1}{2} \\ b - \frac{a}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases}$$

$$\therefore a = 6, b = 3$$

となる。

〔解答〕

ケ 5 コ 9 サ 2 シ 9

〔解説〕

$$\overrightarrow{AE} = \frac{1}{2} \overrightarrow{AD}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{BE} - \overrightarrow{BA} = \frac{1}{2} (\overrightarrow{BD} - \overrightarrow{BA})$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{BE} = \frac{1}{2} \overrightarrow{BD} + \frac{1}{2} \overrightarrow{BA} \quad \dots \textcircled{1}$$

$$\overrightarrow{BF} = \frac{1}{3} \overrightarrow{BE}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{BE} = 3 \overrightarrow{BF} \quad \dots \textcircled{2}$$

$$\overrightarrow{CD} = \frac{3}{5} \overrightarrow{CF}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{BD} - \overrightarrow{BC} = \frac{3}{5} (\overrightarrow{BF} - \overrightarrow{BC})$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{BD} = \frac{3}{5} \overrightarrow{BF} + \frac{2}{5} \overrightarrow{BC} \quad \dots \textcircled{3}$$

のように変形すると、③に②を代入して

$$\begin{aligned} \overrightarrow{BD} &= \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{3} \overrightarrow{BE} + \frac{2}{5} \overrightarrow{BC} \\ &= \frac{1}{5} \overrightarrow{BE} + \frac{2}{5} \overrightarrow{BC} \end{aligned}$$

となる。これを①に代入して

$$\begin{aligned} \overrightarrow{BE} &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{5} \overrightarrow{BE} + \frac{2}{5} \overrightarrow{BC} \right) + \frac{1}{2} \overrightarrow{BA} \\ \Leftrightarrow \frac{9}{10} \overrightarrow{BE} &= \frac{1}{2} \overrightarrow{BA} + \frac{1}{5} \overrightarrow{BC} \\ \Leftrightarrow \overrightarrow{BE} &= \frac{5}{9} \overrightarrow{BA} + \frac{2}{9} \overrightarrow{BC} \end{aligned}$$

を得る。

[解答]

スセ 74 ソタ 70

[解説]

$$\begin{aligned}
 \sum_{i=1}^9 (x_i - \theta)^2 &= \sum_{i=1}^9 (x_i^2 + \theta^2 - 2x_i\theta) \\
 &= 9\theta^2 - 2\theta \sum_{i=1}^9 x_i + \sum_{i=1}^9 x_i^2 \\
 &= 9 \left(\theta - \frac{\sum_{i=1}^9 x_i}{9} \right)^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^9 x_i \right)^2}{9} + \sum_{i=1}^9 x_i^2
 \end{aligned}$$

と変形できるため、 $\sum_{i=1}^9 (x_i - \theta)^2$ を最小にする θ の値は

$$\begin{aligned}
 \theta &= \frac{\sum_{i=1}^9 x_i}{9} \\
 &= 74
 \end{aligned}$$

となる。また、 $\sum_{i=1}^9 |x_i - \theta|$ について、

$$x_n < \theta \leq x_{n+1} \quad (1 \leq n \leq 8)$$

であるとする、

$$\begin{aligned}
 \sum_{i=1}^9 |x_i - \theta| &= \{n - (9 - n)\} \theta + \sum_{i=1}^9 f(x_i, \theta) x_i \\
 &= (2n - 9) \theta + \sum_{i=1}^9 f(x_i, \theta) x_i
 \end{aligned}$$

となる。ただし、 $f(x_i, \theta)$ は $x_i > \theta$ のとき $f(x_i, \theta) = 1$ 、 $x_i \leq \theta$ のとき $f(x_i, \theta) = -1$ を取るような関数と定義する。これは、 $n = 0$ のとき $\theta \leq x_1$ 、 $n = 9$ のとき $x_9 < \theta$ と定めると、 $n = 0, 9$ でも成り立つ。すると、 $0 \leq n \leq 4$ のとき、 x の係数は負となり $\sum_{i=1}^9 |x_i - \theta|$ は θ に関して減少関数と

なる。また、 $5 \leq n \leq 9$ のとき、 x の係数は正となり $\sum_{i=1}^9 |x_i - \theta|$ は θ に関して増加関数となる。

また、 θ が大きくなるにしたがって、 θ よりも小さい x_i の数は増えるため、 n の数は大きくなる。したがって、 $n = 4$ であるうちは θ が増加するにしたがって $\sum_{i=1}^9 |x_i - \theta|$ は減少し、 $n = 5$ になってからは θ が増加するにしたがって $\sum_{i=1}^9 |x_i - \theta|$ は増加する。したがって、 n の値が 4 から 5

へと変化する θ において $\sum_{i=1}^9 |x_i - \theta|$ が最小値を取るから、 $\theta = 70$ が求める答となる。

[解答]

ア 1 イ 4 ウエ -1 オカ 12 キ 3

[解説]

$$\begin{aligned} f(x, y) &= 9^{x+1}3^y + 3^{2x-y} + 3^{y+3}9^{-x} + 3^{1-2x-y} \\ &= 9 \cdot 9^x 3^y + \frac{9^x}{3^y} + 27 \cdot \frac{3^y}{9^x} + \frac{3}{9^x 3^y} \end{aligned}$$

である。ここで、 $9^x, 3^y > 0$ であるから相加相乗平均より

$$\begin{aligned} 9 \cdot 9^x 3^y + \frac{3}{9^x 3^y} &\geq 2\sqrt{9 \cdot 9^x 3^y \cdot \frac{3}{9^x 3^y}} \\ &= 6\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{9^x}{3^y} + \frac{27 \cdot 3^y}{9^x} &\geq 2\sqrt{\frac{9^x}{3^y} \cdot \frac{27 \cdot 3^y}{9^x}} \\ &= 6\sqrt{3} \end{aligned}$$

となる。したがって、

$$\begin{aligned} f(x, y) &\geq 6\sqrt{3} + 6\sqrt{3} \\ &= 12\sqrt{3} \end{aligned}$$

である。等号成立条件は

$$\begin{aligned} 9 \cdot 9^x 3^y &= \frac{3}{9^x 3^y} \\ \Leftrightarrow (9^x 3^y)^2 &= \frac{1}{3} \\ \therefore 9^x 3^y &= \frac{1}{\sqrt{3}} \quad (\because 9^x 3^y > 0) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{9^x}{3^y} &= \frac{27 \cdot 3^y}{9^x} \\ \Leftrightarrow \left(\frac{9^x}{3^y}\right)^2 &= 27 \\ \therefore \frac{9^x}{3^y} &= 3\sqrt{3} \quad \left(\because \frac{9^x}{3^y} > 0\right) \end{aligned}$$

である。したがって、

$$\begin{aligned} \begin{cases} 9^x 3^y = \frac{1}{\sqrt{3}} \\ \frac{9^x}{3^y} = 3\sqrt{3} \end{cases} \\ \Leftrightarrow (9^x)^2 = 3, (3^y)^2 = \frac{1}{9} \\ \Leftrightarrow 3^{4x} = 3, 3^{2y} = 3^{-2} \\ \therefore x = \frac{1}{4}, y = -1 \end{aligned}$$

となる。よって、 $f(x, y)$ は $x = \frac{1}{4}, y = -1$ のときに最小値 $12\sqrt{3}$ をとる。

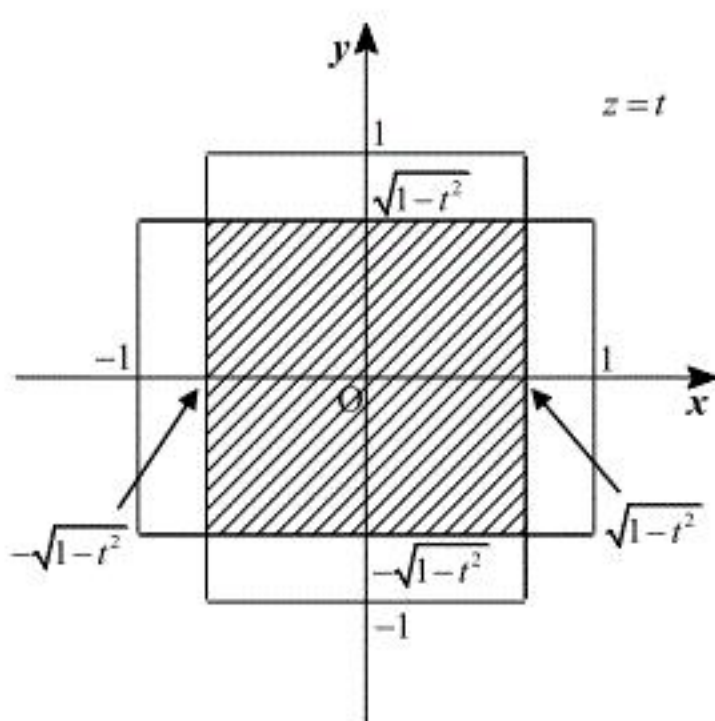
1 2

〔解答〕

クケ 16 □ 3

〔解説〕

対称性から、 $z \geq 0$ の領域のみ考える。 X, Y の共通部分の立体を平面 $z = t$ ($0 \leq t \leq 1$) で切った断面は以下の斜線部ようになる。



したがって、断面積を $S(t)$ とおくと、

$$\begin{aligned} S(t) &= 4\left(\sqrt{1-t^2}\right)^2 \\ &= 4(1-t^2) \end{aligned}$$

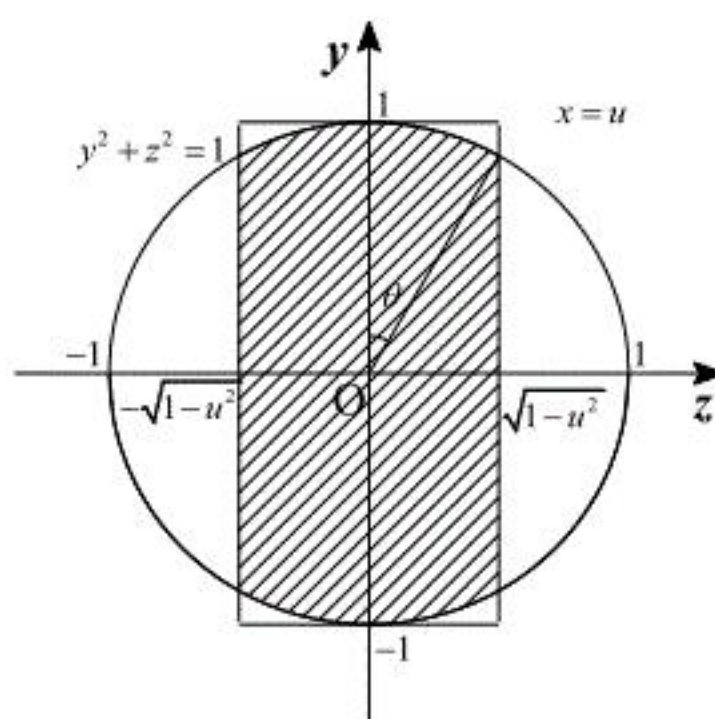
となる。よって、求める体積は

$$\begin{aligned} 2\int_0^1 S(t) dt &= 2\int_0^1 4(1-t^2) dt \\ &= 8\left[t - \frac{t^3}{3}\right]_0^1 \\ &= \frac{16}{3} \end{aligned}$$

となる。

〔別解〕

対称性から、 $x \geq 0$ の領域のみを考える。 X, Y の共通部分の立体を平面 $x = u$ ($0 \leq u \leq 1$) で切った断面は以下の斜線部ようになる。



また、図の角を θ とおくと、

$$\cos \theta = u, \sin \theta = \sqrt{1-u^2}$$

となる。断面積を S とおくと

$$\begin{aligned} S &= 4\left(\frac{1}{2} \cdot 1^2 \cdot \theta + \frac{1}{2} u \sqrt{1-u^2}\right) \\ &= 2u\sqrt{1-u^2} + 2\theta \\ &= 2\cos \theta \sin \theta + 2\theta \end{aligned}$$

となる。ここで

$$\frac{du}{d\theta} = -\sin \theta$$

u	0	$\rightarrow$	1
θ	$\frac{\pi}{2}$	$\rightarrow$	0

となる。よって、求める体積は

$$\begin{aligned} 2\int_0^1 S du &= 2\int_{\frac{\pi}{2}}^0 (2\cos \theta \sin \theta + 2\theta)(-\sin \theta) d\theta \\ &= 4\int_0^{\frac{\pi}{2}} (\cos \theta \sin^2 \theta + \theta \sin \theta) d\theta \\ &= 4\left[\frac{1}{3} \sin^3 \theta - \theta \cos \theta\right]_0^{\frac{\pi}{2}} + 4\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos \theta d\theta \\ &= \frac{4}{3} + 4[\sin \theta]_0^{\frac{\pi}{2}} \\ &= \frac{16}{3} \end{aligned}$$

となる。

〔解答〕

サ 2 シ 2 ス 5

〔解説〕

 $P(1, -2, 0), Q(0, -2, 2), R(2, 0, 2)$ より

$$\overrightarrow{PQ} = (-1, 0, 2), \overrightarrow{PR} = (1, 2, 2)$$

となる。原点 O から平面 α に下した垂線の足を H とおくと、 H は平面 α 上にあるため、実数 s, t を用いて

$$\overrightarrow{PH} = s\overrightarrow{PQ} + t\overrightarrow{PR}$$

と書ける。したがって、

$$\begin{aligned}\overrightarrow{OH} &= \overrightarrow{OP} + \overrightarrow{PH} \\ &= (1-s+t, -2+2t, 2s+2t)\end{aligned}$$

となる。ここで、 $\overrightarrow{OH} \perp \alpha$ より $\overrightarrow{OH} \perp \overrightarrow{PQ}, \overrightarrow{PR}$ だから、

$$\begin{aligned}\overrightarrow{OH} \cdot \overrightarrow{PQ} &= 0 \\ \Leftrightarrow -1 + s - t + 4s + 4t &= 0 \\ \Leftrightarrow 5s + 3t &= 1\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\overrightarrow{OH} \cdot \overrightarrow{PR} &= 0 \\ \Leftrightarrow 1 - s + t - 4 + 4t + 4s + 4t &= 0 \\ \Leftrightarrow s + 3t &= 1\end{aligned}$$

となり、

$$\begin{cases} 5s + 3t = 1 \\ s + 3t = 1 \end{cases}$$

$$\therefore s = 0, t = \frac{1}{3}$$

を得る。したがって、

$$\overrightarrow{OH} = \left(\frac{4}{3}, -\frac{4}{3}, \frac{2}{3} \right)$$

となるから、原点 O と平面 α との距離は $|\overrightarrow{OH}|$ に等しく、

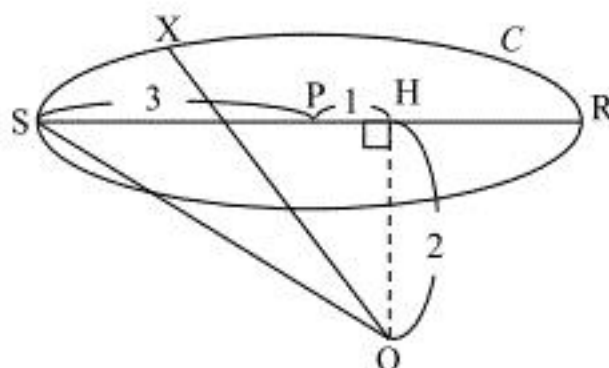
$$\begin{aligned}|\overrightarrow{OH}| &= \sqrt{\left(\frac{4}{3}\right)^2 + \left(-\frac{4}{3}\right)^2 + \left(\frac{2}{3}\right)^2} \\ &= 2\end{aligned}$$

となる。また、このとき

$$\begin{aligned}|\overrightarrow{PR}| &= \sqrt{1^2 + 2^2 + 2^2} \\ &= 3\end{aligned}$$

$$\overrightarrow{PH} = \frac{1}{3}\overrightarrow{PR}$$

であるから、原点 O と円 C の位置関係は以下のようなになる。



ここで、半径 PR を延長した直径と円との交点で R と異なる点を S 、 C 上の点を X とおく。

$$\begin{aligned}OX &= \sqrt{OH^2 + HX^2} \\ &= \sqrt{4 + HX^2}\end{aligned}$$

より、 HX の最大値を求めればよい。ここで、三角不等式より

$$PX + PH \geq HX$$

である。ここで、 PX は円の半径で、 $PX = 3$ であり、また $PH = 1$ より

$$4 \geq HX$$

である。等号成立は X が S に一致するときである。このとき、原点 O と円 C 上の周上の点との距離は最大となり、

$$\sqrt{4 + 4^2} = 2\sqrt{5}$$

となる。

[解答]

セ 8 ソ 3

[解説]

$I = \int_{-2}^2 \frac{x^2 \cdot 2^{-x}}{2^x + 2^{-x}} dx$ とおく。 $x = -t$ と置換すると、

$$\frac{dx}{dt} = -1$$

x	-2	→	2
t	2	→	-2

より、

$$\begin{aligned} I &= \int_{-2}^2 \frac{t^2 \cdot 2^t}{2^{-t} + 2^t} (-1) dt \\ &= \int_{-2}^2 \frac{t^2 \cdot 2^t}{2^t + 2^{-t}} dt \end{aligned}$$

となる。したがって、

$$\begin{aligned} I &= \frac{1}{2} \left(\int_{-2}^2 \frac{x^2 \cdot 2^{-x}}{2^x + 2^{-x}} dx + \int_{-2}^2 \frac{t^2 \cdot 2^t}{2^t + 2^{-t}} dt \right) \\ &= \frac{1}{2} \left(\int_{-2}^2 \frac{x^2 \cdot 2^{-x}}{2^x + 2^{-x}} dx + \int_{-2}^2 \frac{x^2 \cdot 2^x}{2^x + 2^{-x}} dx \right) \\ &= \frac{1}{2} \int_{-2}^2 \frac{x^2 (2^x + 2^{-x})}{2^x + 2^{-x}} dx \\ &= \frac{1}{2} \int_{-2}^2 x^2 dx \\ &= \frac{1}{2} \left[\frac{x^3}{3} \right]_{-2}^2 \\ &= \frac{8}{3} \end{aligned}$$

と求まる。

〔解答〕

タ	4	チ	3	ツ	4
---	---	---	---	---	---

〔解説〕

$$\begin{aligned}
 & x(x^2 - 4k + 4) + k(k - 2)^2 = 0 \\
 \Leftrightarrow & x^3 - (4k - 4)x + k(k - 2)^2 = 0 \\
 \Leftrightarrow & (x + k)\{x^2 - kx + (k - 2)^2\} = 0
 \end{aligned}$$

より、1つの実数解として $x = -k$ を持つため、 $x^2 - kx + (k - 2)^2 = 0$ が実数解を持つ条件を求めればよい。これは、判別式を D とおくと、 $D \geq 0$ となればよいから、

$$\begin{aligned}
 & D \geq 0 \\
 \Leftrightarrow & k^2 - 4(k - 2)^2 \geq 0 \\
 \Leftrightarrow & (3k - 4)(-k + 4) \geq 0 \\
 \Leftrightarrow & \frac{4}{3} \leq k \leq 4
 \end{aligned}$$

となる。