

1 実数 a に対して, 集合 A, B を

$$A = \{x \mid x^2 + (1 - a^2)x + a^3 - 2a^2 + a \leq 0, x \text{ は実数}\}$$

$$B = \{x \mid x^2 + (2a - 7)x + a^2 - 7a + 10 < 0, x \text{ は実数}\}$$

と定める。共通部分 $A \cap B$ が空集合でないための a の範囲を求めよ。

2

三角形 ABC において,

$$AB = 1, AC = 2, \angle A = 60^\circ$$

とする。正の数 m, n に対し、辺 BC, CA, AB を $m:n$ の比に内分する点を順に D, E, F とする。

- (1) $\overrightarrow{DE}$ と $\overrightarrow{EF}$ が垂直であるときの比 $m:n$ を求めよ。
- (2) どのような正の整数 m, n に対しても、 $\overrightarrow{AD}$ と $\overrightarrow{EF}$ は垂直でないことを示せ。

3

ある人がバス停 A で A 発 B 行きのバスに乗り、バス停 B で B 発 C 行きのバスに乗りかえてバス停 C へ向かうものとする。バスの発車時刻、バス停での待ち時間、バスの乗車時間は次の 5 つの条件を満たすものとする。

1. A 発 B 行きおよび B 発 C 行きのバスは同時刻に 3 分おきで発車している。
2. バス停 A での待ち時間は 0 分または 1 分または 2 分で、それぞれの起こる確率は $\frac{1}{3}$ である。
3. バス停 B に到着後、最初に発車する C 行きのバスに乗りかえる。
4. A 発 B 行きのバスの乗車時間は 8 分または 10 分で、それぞれの起こる確率は $\frac{1}{2}$ である。
5. B 発 C 行きのバスの乗車時間は 6 分または 7 分で、それぞれの起こる確率は $\frac{1}{2}$ である。

ただし、条件 2, 4, 5 において、待ち時間、乗車時間の起こり方は独立であるとする。

この人がバス停 A に到着後バス停 C へ到着するまでにかかる時間が n 分である確率 $P(n)$ を求めよ。

4

2つの関数を

$$t = \cos \theta + \sqrt{3} \sin \theta,$$

$$y = -4 \cos 3\theta + \cos 2\theta - \sqrt{3} \sin 2\theta + 2 \cos \theta + 2\sqrt{3} \sin \theta$$

とする。

- (1) $\cos 3\theta$ を t の関数で表せ。
- (2) y を t の関数で表せ。
- (3) $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ のとき、 y の最大値、最小値とそのときの θ の値を求めよ。