

次の空欄を埋めよ.

1

- (1) 複素数平面上の3点 $A(\alpha)$, $B(\beta)$, $C(\gamma)$ を三角形の頂点とする.

$$\frac{\gamma - \alpha}{\beta - \alpha} = \frac{1}{2}(1 + \sqrt{3}i)$$

が成り立つとき, $\frac{AC}{AB} = \boxed{\text{ア}}$ であり, $\angle A = \boxed{\text{イ}}$ である.

- (2) 2次式 $f_1(x) = -x^2 + 3x$ を用いて2次式 $f_2(x)$ を

$$f_2(x) = \frac{1}{2} \left\{ f_1(x) + f_1\left(x + \frac{3}{2}\right) \right\}$$

と定める. このとき, $f_2(x) = -x^2 + \boxed{\text{ウ}}x + \boxed{\text{エ}}$ である.

一般に, 2次式 $f_n(x)$ を $f_n(x) = -x^2 + 2a_nx + b_n$ とおき, 2次式 $f_{n+1}(x)$ を

$$f_{n+1}(x) = \frac{1}{2} \left\{ f_n(x) + f_n(x + a_n) \right\}$$

と定める. このとき, 右辺は

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \left\{ f_n(x) + f_n(x + a_n) \right\} &= \frac{1}{2} [(-x^2 + 2a_nx + b_n) + \{-(x + a_n)^2 + 2a_n(x + a_n) + b_n\}] \\ &= -x^2 + \boxed{\text{オ}}x + \boxed{\text{カ}} \end{aligned}$$

となる. ここで, $\boxed{\text{オ}}$, $\boxed{\text{カ}}$ は, a_n や b_n からなる式とする.

また, 左辺は $f_{n+1}(x) = -x^2 + 2a_{n+1}x + b_{n+1}$ であるから, $a_{n+1} = \frac{1}{2}\boxed{\text{オ}}$ および $b_{n+1} = \boxed{\text{カ}}$ となる.

$a_1 = \frac{3}{2}$, $b_1 = 0$ であるから, 数列 $\{a_n\}$ の一般項は $a_n = \boxed{\text{キ}}$ であり, これから数列 $\{b_n\}$ の一般項は $b_n = \boxed{\text{ク}}$

となる.

次の空欄を埋めよ.

2

2 次関数 $y = x^2$ のグラフにおいて点 $A(a, a^2)$, $B(b, b^2)$ ($a < b$ とする) における接線 l_A , l_B の交点を C とすると C の座標は (,) である.

$y = x^2$ の接線のうち, 直線 AB と同じ傾きをもつ接線は, 点 D (,) で $y = x^2$ と接し, その接線の方程式は $y =$ である. 点 D を接点とするこの接線を l_D とする.

接線 l_A , l_B と曲線 $y = x^2$ で囲まれた図形の面積を S_1 とすると, S_1 の値は であり, 接線 l_A , l_D と $y = x^2$ で囲まれた図形の面積を S_2 とすると, S_2 の値は である. したがって, S_1 と S_2 の比 $S_1 : S_2$ は : 1 である.

3

図のように，平面上の3つのベクトル $\vec{a} = \overrightarrow{OA}$, $\vec{b} = \overrightarrow{OB}$, $\vec{c} = \overrightarrow{OC}$ は始点がすべてOであり， $\vec{a}$ と $\vec{b}$ のなす角と， $\vec{b}$ と $\vec{c}$ のなす角はともに θ ($0 < \theta < \pi$) であるとする．さらに $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ の長さはすべて1であるとする．これらのベクトルの内積の和 $s = \vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b} \cdot \vec{c} + \vec{c} \cdot \vec{a}$ を考える．

(1) s の値が $\frac{1}{2}$ になるのは $\theta = \boxed{\text{ア}}$ のときであり，そのときの $\triangle ABC$ の面積は $\boxed{\text{イ}}$ である．

(2) s の値が -1 になるのは $\theta = \boxed{\text{ウ}}$ のときであり，そのときの $\triangle ABC$ の面積は $\boxed{\text{エ}}$ である．

(3) s の値が最小になるのは $\theta = \boxed{\text{オ}}$ のときであり，そのときの s の値は $\boxed{\text{カ}}$ である．また，そのときの $\triangle ABC$ の面積は $\boxed{\text{キ}}$ である．

