

数 学

(医 学 部)

— 2 月 2 日 —

解答はすべて解答用紙に記入して提出しなさい。

次の空欄を埋めなさい。

解答は、分数の場合には既約分数の形で書きなさい。

1

(1) $\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{\tan \theta - \sin \theta}{\theta^3}$ の値は である。

(2) 複素数 z が $z + \frac{1}{z} = \sqrt{3}$ を満たすとき、 $z^{20} + \frac{1}{z^{20}}$ の値は である。

(3) 三角形 ABC において、各辺の長さを $AB = 7$, $AC = 5$, $BC = 8$ とする。A から直線 BC に下ろした垂線と直線 BC の交点を H とする。このとき、AH の長さは である。

(4) $f(x) = \int_x^{x^2} \frac{t}{\log t} dt$ ($x > 1$) に対して、 $f'(\sqrt{e})$ の値は である。

(5) 図 1 は平成 27 年と平成 29 年の 47 都道府県ごとの人口 10 万人あたりの交通事故死者数の散布図である。また図 2 の 5 つの箱ひげ図には、平成 27 年および平成 29 年の 47 都道府県ごとの人口 10 万人あたりの交通事故死者数に対する箱ひげ図が含まれている。

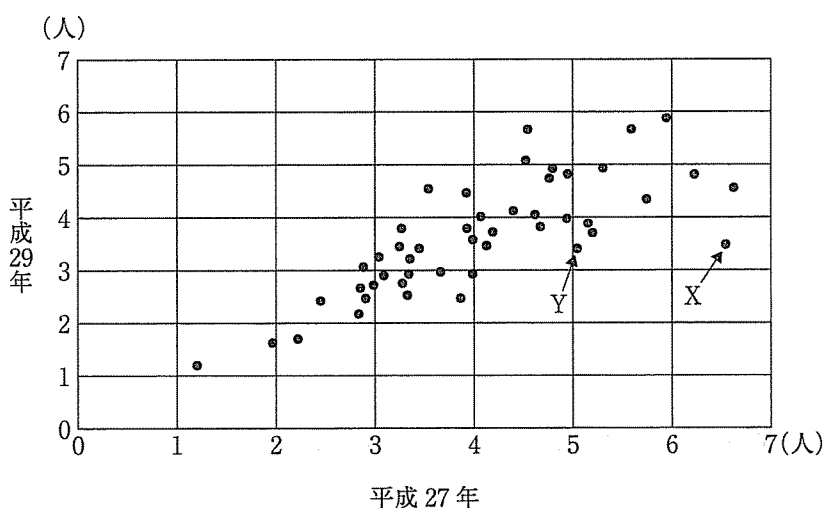


図 1

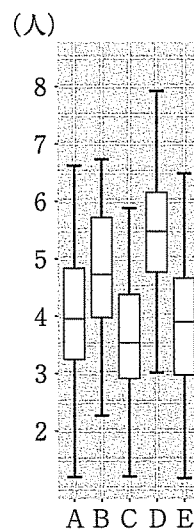


図 2

(出典：「道路の交通に関する統計」(交通局交通企画課) を加工して作成)

図 1 と図 2 から読み取れる、都道府県ごとの 1 年間の人口 10 万人あたりの交通事故死者数についての記述について、正しいものは , , である。

- a. 人口 10 万人あたりの交通事故死者数の最大値は、平成 27 年の方が平成 29 年より大きい。
- b. 散布図の点 Y の平成 27 年の値は、その年の人口 10 万人あたりの交通事故死者数の中央値である。
- c. 平成 27 年の箱ひげ図は A である。
- d. 平成 29 年の箱ひげ図は E である。
- e. 図 1 の点 X がある場合とない場合では、ない場合の方が相関係数の値が大きくなる。
- f. 平成 27 年と平成 29 年の人口 10 万人あたりの交通事故死者数には負の相関がある。

2

xy 平面において、点 $(0, \frac{1}{3})$ を中心とし、 x 軸に接する円を C_0 とする。

(1) 円 C_0 と $x > 0$ の範囲で外接し、かつ x 軸にも接する円の中心の座標を (p, q) とする。 q を p で表すと $q = \boxed{\text{ア}}$ である。

(2) 円 C_1 は中心の x 座標が $a_1 = 1$ であり、 $x > 0$ の範囲で C_0 に外接し、かつ x 軸に接する。また円 C_2 は中心の x 座標が a_2 であり、 C_0, C_1 の両方に外接し、かつ $x > 0$ の範囲で x 軸に接する。以下、 $n = 3, 4, \dots$ に対して、中心の x 座標が a_n であり、 C_0 と C_{n-1} の両方に外接し、かつ x 軸に接する円を C_n とする。ただし、 C_n と C_{n-2} は異なる。このとき、 C_n の半径を a_n を用いて表すと $\boxed{\text{イ}}$ であり、 a_n と a_{n+1} との間には

$$(a_n - a_{n+1})^2 = \boxed{\text{ウ}} a_{n+1}^2 a_n^2 \quad (n = 1, 2, \dots)$$

が成立する。したがって、 a_{n+1} を a_n を用いて表すと、 $a_{n+1} = \boxed{\text{エ}}$ である。このようにして定まる数列 $\{a_n\}$ において $b_n = \frac{1}{a_n}$ とおく。このとき b_{n+1} を b_n を用いて表すと $b_{n+1} = \boxed{\text{オ}}$ である。したがって数列 $\{a_n\}$ の一般項は $a_n = \boxed{\text{カ}}$ である。

(3) C_n の面積を S_n とするとき、 $S_n = \boxed{\text{キ}}$ であるから、 $\lim_{n \rightarrow \infty} n^4 S_n$ の値は $\boxed{\text{ク}}$ である。

3

2 つの関数

$$f(x) = -|x|(|x| - 3), \quad g(x) = a(x+1)$$

を考える。ただし $a > 0$ とする。 $y = f(x)$ のグラフを C_1 、 $y = g(x)$ のグラフを C_2 とする。

(1) C_1 と x 軸との共有点は全部で $\boxed{\text{ア}}$ 個である。

(2) C_2 が a の値によらず必ず通る点の座標は $(\boxed{\text{イ}}, \boxed{\text{ウ}})$ である。

(3) C_1 と C_2 の共有点の個数が 2 個となる a の条件は $\boxed{\text{エ}}$ であり、3 個となる a の条件は $\boxed{\text{オ}}$ であり、4 個となる a の条件は $\boxed{\text{カ}}$ である。

(4) C_1 と C_2 が接点をもつとき、 C_1 と C_2 の共有点の x 座標は小さい順に $\boxed{\text{キ}}$ 、 $\boxed{\text{ク}}$ 、 $\boxed{\text{ケ}}$ である。さらに、このとき C_1 と C_2 によって囲まれた部分の面積は $\boxed{\text{コ}}$ である。

メモ

メモ

メモ

メモ

