

数 学

(医 学 部)

— 2 月 3 日 —

解答はすべて解答用紙に記入して提出しなさい。

メモ

次の空欄を埋めなさい。

解答は分数の場合には既約分数の形で書きなさい。

- 1 (1) ベクトル $\vec{a}$, $\vec{b}$ が $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 5$, $\vec{a} \cdot \vec{b} = 7$ を満たすとする. $|\vec{a} + t\vec{b}|$ は $t = \boxed{\text{ア}}$ のとき最小値をとる.
- (2) 7冊の同じノートを A, B, C の3人に分けあたえる分け方は $\boxed{\text{イ}}$ 通りある. ただし, どの人にも少なくとも1冊はあたえるものとする.
- (3) 方程式 $\sin^2 x + \sin x = k$ (k は定数) を考える. $0 \leq x < 2\pi$ の範囲で, この方程式が相異なる4個の解をもつような定数 k の値の範囲は $\boxed{\text{ウ}}$ である.
- (4) n , k を自然数で, $k \geq 2$ とする. k 個の連続する自然数 $n, n+1, \dots, n+k-1$ の総和が50となる n と k の組は $(n, k) = (\boxed{\text{エ}}, \boxed{\text{オ}}), (\boxed{\text{カ}}, \boxed{\text{キ}})$ の2組ある. ただし, $\boxed{\text{エ}} < \boxed{\text{カ}}$ とする.
- (5) $A(0, -4)$, $B(4, 0)$ とし, P を放物線 $y = x^2$ 上の点とすると, 三角形 PAB の面積の最小値は $\boxed{\text{ク}}$ である.
- (6) 整式 $f(x)$ が条件 $f'(x) \left\{ f'(x) - \frac{3}{2}x \right\} = f(x) + \frac{9}{2}x + 4$, $f(0) = 5$ を満たすとき, $f(x) = \boxed{\text{ケ}}$ である.

- 2 自然数 a に対して $f(a)$ を a の正の約数の逆数の総和とする.

- (1) $f(28) = \boxed{\text{ア}}$, $f(6000) = \boxed{\text{イ}}$
- (2) n を自然数とすると $f(2^n) = \boxed{\text{ウ}}$, $f(6^n) = \boxed{\text{エ}}$ である.
- (3) 自然数 a が $2 \leq a \leq 300$ の範囲を動くとき $f(a)$ は $a = \boxed{\text{オ}}$ において最小値 $\boxed{\text{カ}}$ をとる.
- (4) $f(a) = \frac{60}{29}$ を満たす自然数を小さい順に2つ求めると $a = \boxed{\text{キ}}$, $\boxed{\text{ク}}$ である.
- (5) $f(a) = \frac{315}{143}$ を満たす最小の自然数は $\boxed{\text{ケ}}$ である.

3

$f(x) = (\log x)^2 - \log x$ とし、 $y = f(x)$ のグラフを C とする。以下では、 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(\log x)^2}{x} = 0$ を用いてよい。

- (1) 関数 $f(x)$ は $x = \boxed{\text{ア}}$ のとき、最小値 $\boxed{\text{イ}}$ をとる。また、 C の変曲点の座標は $(\boxed{\text{ウ}}, \boxed{\text{エ}})$ である。
- (2) 曲線 C と x 軸で囲まれた図形の面積は $\boxed{\text{オ}}$ である。
- (3) 方程式 $f(x) = kx$ が相異なる 3 つの実数解をもつような定数 k の値の範囲は $\boxed{\text{カ}}$ である。
- (4) $y = g(x)$ を関数 $y = f(x)$ ($x \geq \boxed{\text{ア}}$) の逆関数とすると、 $g(6) = \boxed{\text{キ}}$ であり、 $g'(6) = \boxed{\text{ク}}$ である。
- (5) 曲線 C と直線 $y = 6$ で囲まれた図形を y 軸の周りに 1 回転して得られる立体の体積は $\boxed{\text{ケ}}$ である。

メモ

メモ

メモ

