

各学部共通

1. a, b, c を定数として、行列 $A = \begin{pmatrix} 0 & a & c \\ 0 & 0 & b \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ および $X = E + A$ を考え

る。ただし、 E は 3 次の単位行列とする。次の問いに答えよ。

(1) A^2 および A^3 を求めよ。

(2) n を自然数とすると、 $X^n = E + nA + \frac{n(n-1)}{2} A^2$ が成り立つことを証明せよ。

(3) $\begin{pmatrix} -1 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}^{15}$ を求めよ。

各学部共通

2. 関数 $f(x) = \frac{x}{1+x^2}$ について、次の問いに答えよ。

(1) 導関数 $f'(x)$ を求めよ。

(2) 関数 $y = f(x)$ のグラフをえがき、 $f(x)$ の最大値を求めよ。

(3) $f(\alpha) = f(\beta)$ を満たす正の数 α, β ($0 < \alpha < \beta$) に対して、 $\int_{\alpha}^{\beta} f(x) dx = \log \beta$ が成り立つことを示せ。

医学部・歯学部・薬学部志願者用

3. 複素数平面上において、点 $A(\alpha)$ ($|\alpha| > 1$) から、原点 O を中心とする半径 1 の円に接線を 2 本引く。これら 2 接線と円との 2 つの接点のうち、一方の接点を B 、他方を C とし、直線 BC 上に点 $P(z)$ があるとする。点 B を表す複素数を β とする。次の問いに答えよ。

(1) 線分 OB と線分 AB が直交することより、適当な実数 s によって $\beta = \frac{\alpha}{1 - si}$ と表されることを示せ。

(2) $z = \beta + ati$ (t は実数) と表されることを示せ。

(3) $\bar{\alpha}z + \alpha\bar{z}$ は点 A , P のとり方に関係なく一定であることを示し、その値を求めよ。ただし、 $\bar{\alpha}$, $\bar{z}$ はそれぞれ α , z の共役な複素数を表す。

4. 曲線 $y = x^4 - 8x^2 + 2x + 20$ を C とする。直線 l は曲線 C 上の異なる 2 点で C に接するものとする。次の問いに答えよ。

(1) 直線 l の方程式を求めよ。

(2) 直線 l 上の点 P から曲線 C に接線を引く。このとき、 l と異なる接線が 1 本だけ引けるような点 P の座標をすべて求めよ。