

2. 関数  $f(x) = \int_0^x \frac{x}{1+t^2} dt$  について、次の問いに答えよ。

- (1) 第2次導関数  $f''(x)$  を求めよ。
- (2) 導関数  $f'(x)$  において、 $f'(x) = 0$  となるのは  $x = 0$  だけに限ることを示せ。
- (3) 関数  $f(x)$  の最小値、および最小値を与える  $x$  の値を求めよ。

3.  $n$  を自然数,  $a$  を正の実数とし, 曲線  $C: y = \frac{1}{a}x^{n+1} - x$  を考える。次の問いに答えよ。

(1) 曲線  $C$  と  $x$  軸で囲まれた部分の面積が  $\frac{1}{2}$  となるとき,  $a$  を  $n$  を用いて表せ。

(2) (1)で求めた  $a$  を第  $n$  項  $a_n$  とする数列  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$  を考える。

$b_n = a_{2n}$  で定義される数列  $\{b_n\}$  および  $c_n = a_{2n-1}$  で定義される数列  $\{c_n\}$  について,  $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n, \lim_{n \rightarrow \infty} c_n$  を求めよ。ただし,  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$  は用いてよい。

4. 点  $O$  を原点とする空間内に 3 点  $A(2, 1, 2)$ ,  $B(6, 2, 2)$ ,  $C(5, 7, 5)$  がある。次の問いに答えよ。

(1)  $C$  から直線  $OA$  に垂線を引き、交点を  $H$  とする。 $H$  の座標を求めよ。

(2) (1)で求めた  $H$  に対して、平面  $OAB$  上にあり、 $\overrightarrow{DH} \perp \overrightarrow{OH}$ ,  $DH = CH$  となる点  $D$  の座標をすべて求めよ。

(3) 点  $P$  が直線  $OA$  上を動くとき、 $BP + CP$  を最小にする  $P$  の座標を求めよ。