

(数 学) 数 学 203 その 1

1. $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $P = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ とし, $A = \begin{pmatrix} a & b & c \\ c & a & b \\ b & c & a \end{pmatrix}$, $X = \begin{pmatrix} x & y & z \\ z & x & y \\ y & z & x \end{pmatrix}$ とする。

(1) P^2 , P^3 を求めよ。

(2) AX は $AX = \alpha E + \beta P + \gamma P^2$ と表される。 α, β, γ を a, b, c, x, y, z を用いて表せ。

(3) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & -3 \\ -3 & 1 & 1 \\ 1 & -3 & 1 \end{pmatrix}$ の逆行列を求めよ。



受験番号	第	番
------	---	---

(数 学) 数 学 2 0 3 そ の 2

2. 関数 $f_n(x)$ を次のように定義する。

$$f_0(x) = 2, \quad f_1(x) = x, \quad f_n(x) = xf_{n-1}(x) - f_{n-2}(x) \quad (n = 2, 3, 4, \dots)$$

- (1) 定数 a を $a \neq 0$ として, $c_n = f_n(a + \frac{1}{a})$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) とする。 c_1, c_2, c_3 を a を用いて表せ。
- (2) (1) の数列 $\{c_n\}$ の一般項を求めよ。
- (3) c_{2n} を c_n を用いて表せ。
- (4) $f_{12}(3)$ の値を求めよ。

小 計	点
-----	---



受験番号	第	番
------	---	---

(数 学) 数 学 203 その 3

3. $a > 0$, $b > \frac{1}{a^3}$ とする。次の問いに答えよ。

- (1) 放物線 $y = 3a^3x^2 + \frac{1}{a^3}$ と直線 $y = b$ で囲まれた図形の面積 S を求めよ。
- (2) $S = 4$ が成り立つとき、 b を a を用いて表せ。
- (3) a が変化するとき、(2) で求めた b の最小値を求めよ。

小 計	点
-----	---

受験番号	第	番
------	---	---

(数 学) 数 学 2 0 3 そ の 4

4. $n = 1, 2, 3, \dots$ に対し, $I_n = \int_0^1 \frac{x^{n-1}}{1+x} dx$ とおく。

(1) $I_n + I_{n+1} = \frac{1}{n}$ を示せ。

(2) I_1 および $\lim_{n \rightarrow \infty} I_n$ を求めよ。

(3) $\sum_{n=1}^N (-1)^{n-1} (I_n + I_{n+1})$ を考えることにより, 無限級数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n}$ の和を求めよ。

小 計	点
-----	---

合 計	点
-----	---