

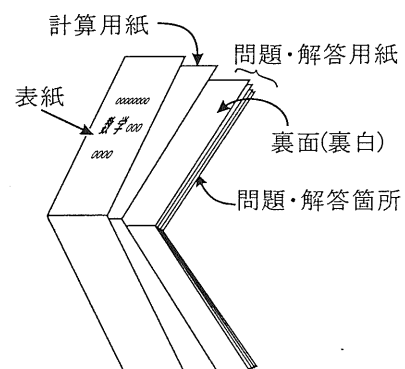
平成21年度入学試験問題

数 学 203

(前 期 日 程)

(注意事項)

- 1 問題・解答用紙および計算用紙は、係員の指示があるまで開かないこと。
- 2 この表紙を除いて、問題・解答用紙は4枚、計算用紙は1枚である。
用紙の折り方は図のようになっているので注意すること。
- 3 解答は、問題と同一の紙面の指定された解答箇所に書くこと。指定された
解答箇所以外に書いたものは採点しない。また、裏面に解答したものも採点
しない。
- 4 解答開始後、各問題・解答用紙の「受験番号」欄に受験番号をはっきり記入すること。
- 5 計算用紙以外にも、表紙や問題・解答用紙の裏面を計算のために用いてよい。
- 6 表紙、計算用紙を含め、配布した用紙はすべて回収する。



数 学 203 その 1

- 第 1 問 放物線 $y = x^2$ の表す曲線を C とする. C 上の異なる 2 点 $P(\alpha, \alpha^2)$, $Q(\beta, \beta^2)$ における接線をそれぞれ l, m とし, 2 直線 l, m の交点を R とする.
- (1) 点 R の座標を α, β を用いて表せ.
 - (2) 点 P と x 軸との距離および点 Q と x 軸との距離の和が 4 であるとき, 点 R の軌跡の方程式を求めよ.
 - (3) (2) の軌跡と放物線 C によって囲まれた部分の面積を求めよ.

[第 1 問の解答箇所]

数 学 203 その 2

第 2 問 $\triangle ABC$ の内部に点 P があり,

$$\overrightarrow{PA} + s\overrightarrow{PB} + t\overrightarrow{PC} = \overrightarrow{0} \quad (s, t > 0)$$

が成り立っている. 直線 AP と辺 BC の交点を D として, 次の問いに答えよ.

- (1) $\triangle PBC$ の面積 S_1 を $\overrightarrow{PB}$, $\overrightarrow{PC}$ を用いて表せ.
- (2) $\overrightarrow{PD}$ を s, t , $\overrightarrow{PB}$, $\overrightarrow{PC}$ を用いて表せ.
- (3) $\triangle PBD$ の面積 S_2 と $\triangle PAC$ の面積 S_3 の比を s, t を用いて表せ.

[第 2 問の解答箇所]

受験番号	第	番
------	---	---

数 学 203 その3

第3問 $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$, $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $O = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ とする.

- (1) A^2 を求めよ.
- (2) $A^2 + pA + qE = O$ を満たす定数 p, q を求めよ.
- (3) 自然数 n に対して, $A^n - A^{n-1}$ を求めよ. ただし, $A^0 = E$ とする.
- (4) 自然数 n に対して, A^n を求めよ.

[第3問の解答箇所]

小 計	点
-----	---

数 学 203 その 4

第4問 次の問いに答えよ.

- (1) $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ のとき, $\sin \theta + \cos \theta$ の最大値を求めよ.
- (2) $x \geq 0$ とする. $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ のとき, $x \sin \theta + \cos \theta$ の最大値を x を用いて表せ.
- (3) (2) の最大値を $f(x)$ とおく. 曲線 $y = f(x)$ ($x \geq 0$) と直線 $y = a(x+1)$ が共有点を持つような実数 a の最大値 M および最小値 m を求めよ.
- (4) (3) の $m, f(x)$ に対して, $y = m(x+1)$ と $y = f(x)$ および y 軸で囲まれた図形を y 軸の周りに回転させてできる回転体の体積 V を求めよ.

[第4問の解答箇所]

小 計	点
-----	---