

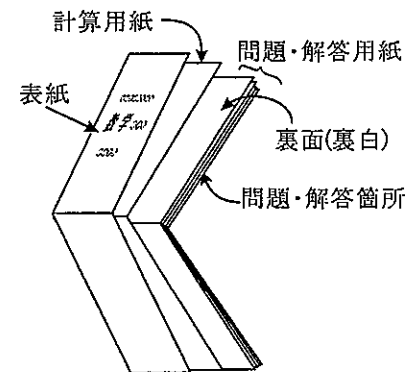
平成24年度入学試験問題

数 学 202

(前 期 日 程)

(注意事項)

- 1 問題・解答用紙および計算用紙は、係員の指示があるまで開かないこと。
- 2 この表紙を除いて、問題・解答用紙は4枚、計算用紙は1枚である。
用紙の折り方は図のようになっているので注意すること。
- 3 解答は、問題と同一の紙面の指定された解答箇所を書くこと。指定された解答箇所以外に書いたものは採点しない。また、裏面に解答したものも採点しない。
- 4 解答開始後、各問題・解答用紙の「受験番号」欄に受験番号をはっきり記入すること。
- 5 計算用紙以外にも、表紙や問題・解答用紙の裏面を計算のために用いてよい。
- 6 表紙、計算用紙を含め、配布した用紙はすべて回収する。



受験番号	第	番
------	---	---

数 学 202 その 1

第 1 問 $a > 0$ とする。曲線 $y = a^3 x^2$ を C_1 とし、曲線 $y = -\frac{1}{x}$ ($x > 0$) を C_2 とする。また、 C_1 と C_2 に同時に接する直線を ℓ とする。

- (1) 直線 ℓ の方程式を求めよ。
- (2) 直線 ℓ と 曲線 C_1, C_2 との接点をそれぞれ P, Q とする。 a が $a > 0$ の範囲を動くとき、2 点 P, Q 間の距離の最小値を求めよ。

[第 1 問の解答箇所]

小 計	点
-----	---

数 学 202 その2

第2問 n を自然数とする。 $\sqrt{3} \sin n\theta + \cos n\theta = 0$ を満たす $\theta > 0$ を小さいものから順に n 個取り、 $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n$ とする。

- (1) $k = 1, 2, \dots, n$ に対し、 θ_k を求めよ。
- (2) $\lim_{n \rightarrow \infty} n \cos \frac{\theta_n}{2}$ を求めよ。
- (3) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \left(\cos \frac{\theta_1}{2} + \cos \frac{\theta_2}{2} + \dots + \cos \frac{\theta_n}{2} \right)$ を求めよ。

[第2問の解答箇所]

小 計	点
-----	---

受験番号	第	番
------	---	---

数 学 202 その 3

第3問 2次の正方行列 A で表される1次変換を f とする。 O を原点とする座標平面上に、異なる2点 $P(x_1, y_1)$, $Q(x_2, y_2)$ があって、次の2つの条件を満たす。

条件1: 1次変換 f により、点 P は点 $(-2x_2, -2y_2)$ に移る

条件2: 合成変換 $f \circ f$ により、点 Q は点 $(4x_1, 4y_1)$ に移る

- (1) 行列 A^3 で表される1次変換により、点 P は点 $(-8x_1, -8y_1)$ に、点 Q は点 $(-8x_2, -8y_2)$ に移ることを示せ。
- (2) 3点 O, P, Q は同一直線上にないことを示し、 $x_1y_2 - x_2y_1 \neq 0$ を示せ。
- (3) $A^3 = -8E$ を示せ。ただし、 E は2次の単位行列である。

[第3問の解答箇所]

小 計	点
-----	---

受験番号	第	番
------	---	---

数 学 202 その 4

第4問 表と裏のあるコイン14枚を一行に並べる。隣接する2枚の組すべてに着目し、表表、裏裏、表裏、裏表となる組の個数をそれぞれ数える。例えば、「表表表裏裏表表表裏裏裏裏裏」の順に並べた場合、表表は4個、裏裏は6個、表裏は2個、裏表は1個である。次の問いに答えよ。

- (1) 表表が0個、裏裏が11個、表裏が1個、裏表が1個となる並べ方は何通りか。
- (2) 表表が0個、裏裏が9個、表裏が2個、裏表が2個となる並べ方は何通りか。
- (3) 表表が2個、裏裏が6個、表裏が3個、裏表が2個となる並べ方は何通りか。

[第4問の解答箇所]

小 計	点
-----	---