

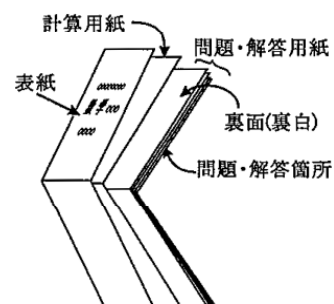
平成25年度入学試験問題

数 学 203

(前 期 日 程)

(注意事項)

- 1 問題・解答用紙および計算用紙は、係員の指示があるまで開かないこと。
- 2 この表紙を除いて、問題・解答用紙は4枚、計算用紙は1枚である。
用紙の折り方は図のようになっているので注意すること。
- 3 解答は、問題と同一の紙面の指定された解答箇所に書くこと。指定された解答箇所以外に書いたものは採点しない。また、裏面に解答したものも採点しない。
- 4 解答開始後、各問題・解答用紙の「受験番号」欄に受験番号をはっきり記入すること。
- 5 計算用紙以外にも、表紙や問題・解答用紙の裏面を計算のために用いてよい。
- 6 表紙、計算用紙を含め、配布した用紙はすべて回収する。



数 学 203 その 1

第 1 問 $A = \begin{pmatrix} a & -a \\ -b & b \end{pmatrix}$, $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ とし, n を自然数とする。また, $E + A + A^2 + \cdots + A^n = \begin{pmatrix} p_n & q_n \\ r_n & s_n \end{pmatrix}$ とおく。

- (1) $A^2 = cA$ となる定数 c を a, b を用いて表せ。
- (2) 行列 A^n を a, b および n を用いて表せ。
- (3) a, b は正の数で $a + b < 1$ を満たす。 p_n を a, b および n を用いて表せ。
- (4) $a = \frac{1}{2}$, $b = \frac{1}{3}$ のとき, 極限值 $\lim_{n \rightarrow \infty} p_n$ を求めよ。

[第 1 問の解答箇所]

受験番号	第	番
------	---	---

数 学 203 その 2

第2問 $P(x)$ は x^3 の係数が1の3次式である。 $P(x)$ を $x-1$ で割ったときの余りが -3 である。また, $P(x)$ を $x-2$ で割ると割り切れ, その商を $Q(x)$ とする。 $Q(x)$ を $x+3$ で割ると余りが 7 である。

- (1) $Q(x)$ を $x-1$ で割ったときの余りを求めよ。
- (2) $Q(x)$ を求めよ。
- (3) $P(x)$ を $(x-1)(x+3)$ で割ったときの商と余りを求めよ。

[第2問の解答箇所]

小 計	点
-----	---

数 学 203 その3

第3問 O を原点とする座標空間において、点 $A(-4, 8, 2)$ を通りベクトル $\vec{u} = (3, 0, 1)$ に平行な直線を l とする。また、点 $B(10, 3, -4)$ を通りベクトル $\vec{v} = (-1, 3, 0)$ に平行な直線を m とする。 P を l 上の点とし、 Q を m 上の点とする。このとき、実数 s, t を用いて、 $\overrightarrow{AP} = s\vec{u}$ 、 $\overrightarrow{BQ} = t\vec{v}$ と表すことができる。

- (1) ベクトル $\overrightarrow{OP}$ 、 $\overrightarrow{OQ}$ の成分を s, t を用いて表せ。
- (2) 2 直線 l と m は共有点をもたないことを証明せよ。
- (3) ベクトル $\overrightarrow{PQ}$ がベクトル $\vec{u}$ 、 $\vec{v}$ の両方に垂直となるとき、点 P および点 Q の座標を求めよ。

[第3問の解答箇所]

数 学 203 その4

第4問 $f(x) = e^{-x}$ とする。 $t \geq 0$ に対して、曲線 $y = f(x)$ 上の2点 $A(t, f(t))$, $B(t - \log 2, f(t - \log 2))$ および原点 $O(0, 0)$ を頂点とする三角形 OAB の面積を S とする。

- (1) $t = 0$ のとき、 S を求めよ。
- (2) $t \geq 0$ のとき、 S を t を用いて表せ。
- (3) $t \geq 0$ のとき、 S の最大値を求めよ。

[第4問の解答箇所]