

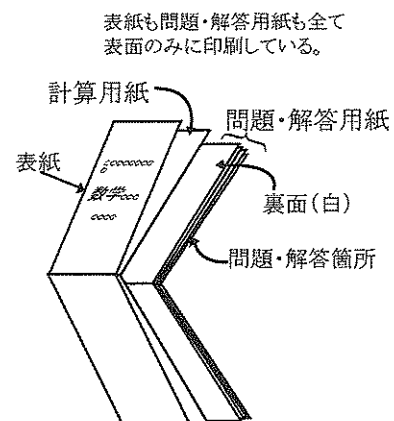
平成 29 年度入学試験問題

数 学 202

(前 期 日 程)

(注意事項)

- 1 問題・解答用紙および計算用紙は、係員の指示があるまで開かないこと。
- 2 この表紙を除いて、問題・解答用紙は4枚、計算用紙は1枚である。
用紙の折り方は図のようになっているので注意すること。
- 3 解答は、問題と同一の紙面の指定された解答箇所に書くこと。指定された解答箇所以外に書いたものは採点しない。また、裏面に解答したものも採点しない。
- 4 筆答開始後、各問題・解答用紙の「受験番号」欄に受験番号をはっきり記入すること。
- 5 計算用紙以外にも、表紙や問題・解答用紙の裏面を計算のために用いてよい。
- 6 表紙、計算用紙を含め、配布した用紙はすべて回収する。



受験番号	第	番
------	---	---

数 学 202 その 1

第 1 問 数列 $\{a_n\}$ の初項 a_1 から第 n 項 a_n までの和 S_n が次を満たす。

$$a_n + 2S_n = 3 \cdot 2^{n-1} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

- (1) a_{n+1} と a_n の関係式を求めよ。
- (2) 一般項 a_n を求めよ。
- (3) $S_1 + 3S_2 + 3^2S_3 + \dots + 3^{n-1}S_n$ を求めよ。

[第 1 問の解答箇所]

小 計	点
-----	---

受験番号	第	番
------	---	---

数 学 202 その 2

第2問 複素数平面上で、原点 O と異なる点 $A(\alpha)$ をとり、単位円周上に点 $B(\beta)$ をとる。複素数 α, β は $\arg \alpha - \arg \beta = \frac{\pi}{2}$ を満たし、さらに $\alpha + \beta$ は実数でないとする。

- (1) β を α と $|\alpha|$ を用いて表せ。
- (2) 線分 AB の垂直二等分線と直線 OA との交点を $C(\gamma)$ とするとき、 γ を α と $|\alpha|$ を用いて表せ。
- (3) $\angle APB = \frac{\pi}{2}$ を満たす原点と異なる虚軸上の点を $P(z)$ とする。 z を $\alpha, \bar{\alpha}$ と $|\alpha|$ を用いて表せ。ただし、 $\bar{\alpha}$ は α と共役な複素数である。

[第2問の解答箇所]

小 計	点
-----	---

受験番号	第	番
------	---	---

数 学 202 その 3

第3問 n を2以上の自然数とする。媒介変数 t を用いて $x = \cos^n t, y = \sin^4 t$ ($0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}$) と表される xy 平面上の曲線を C_n とする。また、 $t = \frac{\pi}{3}$ に対応する点における C_n の接線を l_n とする。曲線 C_n , 接線 l_n および y 軸で囲まれた部分の面積を S_n とする。ただし、 C_n と l_n の共有点が1個であることを証明なしで用いてよい。

- (1) 接線 l_n の方程式を求めよ。
- (2) S_2 を求めよ。
- (3) $\lim_{n \rightarrow \infty} 2^n n S_n$ を求めよ。

[第3問の解答箇所]

小 計	点
-----	---

受験番号	第	番
------	---	---

数 学 202 その 4

第4問 $n < m$ とする。白玉 n 個と赤玉 m 個が入っている袋から n 個の玉を同時に取り出す。このとき、 $k = 0, 1, 2, \dots, n$ に対して、白玉がちょうど k 個出る確率を p_k とする。

(1) $n = 2, m = 3$ のときに、 p_0, p_1, p_2 を求めよ。

(2) $n \geq 6$ とする。 $p_5 = p_6$ が成り立つような組 (n, m) の中で n が最小となるものを求めよ。

(3) $n \geq 3$ とする。 $k = 0, 1, 2, \dots, n$ に対して、 $d_k = \left| \frac{n}{n+m} - \frac{k}{n} \right|$ とする。 $d_2 > d_3$ および $p_2 > p_3$ が同時に成り立つような組 (n, m) の中で n が最小となるものを求めよ。

[第4問の解答箇所]

小 計	点
-----	---

計 算 用 紙