

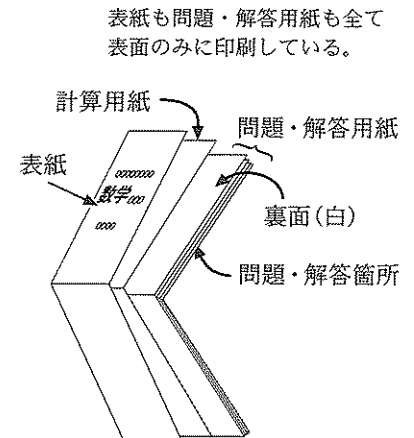
平成30年度入学試験問題

数 学 202

(前 期 日 程)

(注意事項)

- 1 問題・解答用紙および計算用紙は、係員の指示があるまで開かないこと。
- 2 この表紙を除いて、問題・解答用紙は4枚、計算用紙は1枚である。
用紙の折り方は図のようになっているので注意すること。
- 3 解答は、問題と同一の紙面の指定された解答箇所に書くこと。指定された
解答箇所以外に書いたものは採点しない。また、裏面に解答したものも採点
しない。
- 4 解答開始後、各問題・解答用紙の「受験番号」欄に受験番号をはっきり記入すること。
- 5 計算用紙以外にも、表紙や問題・解答用紙の裏面を計算のために用いてよい。
- 6 表紙、計算用紙を含め、配布した用紙はすべて回収する。



計 算 用 紙

受験番号	第	番
------	---	---

数 学 202 その 1

第 1 問 n を自然数とし, $S_n = 1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{n}}$ とする。

(1) $x > 0$ のとき $\frac{1}{2\sqrt{x+1}} < \sqrt{x+1} - \sqrt{x} < \frac{1}{2\sqrt{x}}$ を示せ。

(2) $n \geq 2$ のとき $2(\sqrt{n+1} - 1) < S_n < 2\sqrt{n} - 1$ を示せ。

(3) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_n}{\sqrt{n}}$ を求めよ。

[第 1 問の解答箇所]

小 計	点
-----	---

受験番号	第	番
------	---	---

数 学 202 その 2

第2問 $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$ とする。曲線 $y = \frac{1}{x}$ 上に点 $P(1, 1)$ をとり、 $\angle POQ = \theta$ となる点 $Q(x, \frac{1}{x})$ ($x > 0$) をとる。
ただし、 O は原点とする。

- (1) $x^2 + \frac{1}{x^2} = \frac{2}{\cos 2\theta}$ が成り立つことを示せ。
- (2) $\angle POQ = \theta$ となる点 Q はちょうど 2 個存在することを示せ。また、 $\theta = \frac{\pi}{6}$ のとき、その 2 点間の距離を求めよ。
- (3) 点 Q を与える 2 点を $Q_1(x_1, \frac{1}{x_1})$, $Q_2(x_2, \frac{1}{x_2})$ ($x_1 < x_2$) とする。さらに、 $a_1 < 0 < b_1$ とし、4 点 $A(a_1, a_2)$, $B(b_1, b_2)$, $Q_3(-x_1, -\frac{1}{x_1})$, $Q_4(-x_2, -\frac{1}{x_2})$ を考える。 A, B, Q_1, Q_2, Q_3, Q_4 が原点を中心とする正六角形の頂点になるとき、 $\theta = \frac{\pi}{6}$ となることを示せ。また、このときの A, B の座標を求めよ。

[第2問の解答箇所]

小 計	点
-----	---

受験番号	第	番
------	---	---

数 学 202 その 3

第3問 曲線 $y = e^{3x}$ を C とする。 C 上の点 $P(t, e^{3t})$ における接線および法線と x 軸の交点をそれぞれ $Q(a, 0)$ および $R(b, 0)$ とする。曲線 C , 2 直線 $x = a$, $x = t$ および x 軸で囲まれた部分の面積を $S(t)$ とする。

- (1) $PQ : PR = e : 9$ を満たす t の値を求めよ。
- (2) $S(t) = e - 1$ を満たす t の値を求めよ。
- (3) $\triangle PQR$ の面積を $T(t)$ とする。 $\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{e^{6t} S(t)}{T(t)}$ を求めよ。

[第3問の解答箇所]

小 計	点
-----	---

受験番号	第	番
------	---	---

数 学 202 その 4

第4問 n を 3 以上の整数とする。 n 人がそれぞれ 1 個ずつさいころを持っている。 n 人が同時にさいころを投げ、出た目が 2 種類のときは小さい目を出した人を敗退とし、その後の勝負には加わらない。出た目が 1 種類あるいは 3 種類以上のときは誰も敗退しない。敗退しなかった人が 2 人以上のときは同様の勝負を繰り返す。最後に残った 1 人を優勝者とする。ただし、 $(1+x)^n = \sum_{k=0}^n {}_nC_k x^k$ を利用してもよい。

- (1) 1 回目の勝負で優勝者が決まる確率を求めよ。
- (2) 1 回目の勝負では誰も敗退しない確率を求めよ。
- (3) 1 回目の勝負では敗退する人はでるが優勝者が決まらず、2 回目の勝負で優勝者が決まる確率を求めよ。

[第4問の解答箇所]

小 計	点
-----	---