

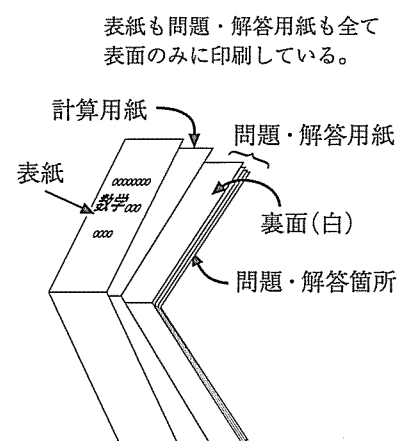
平成31年度入学試験問題

数 学 201

(前 期 日 程)

(注意事項)

- 1 問題・解答用紙および計算用紙は、係員の指示があるまで開かないこと。
- 2 この表紙を除いて、問題・解答用紙は4枚、計算用紙は1枚である。
用紙の折り方は図のようになっているので注意すること。
- 3 解答は、問題と同一の紙面の指定された解答箇所を書くこと。指定された解答箇所以外に書いたものは採点しない。また、裏面に解答したのも採点しない。
- 4 筆答開始後、各問題・解答用紙の「受験番号」欄に受験番号をはっきり記入すること。
- 5 計算用紙以外にも、表紙や問題・解答用紙の裏面を計算のために用いてよい。
- 6 表紙、計算用紙を含め、配布した用紙はすべて回収する。



受験番号	第	番
------	---	---

数 学 2 0 1 そ の 1

第 1 問 数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和 S_n が $S_n = n^2 + 3n + 2$ で表されているとする。

- (1) 一般項 a_n を求めよ。
- (2) $\frac{S_1 S_3}{S_2} + \frac{S_2 S_4}{S_3} + \frac{S_3 S_5}{S_4} + \cdots + \frac{S_n S_{n+2}}{S_{n+1}}$ を求めよ。
- (3) $\frac{S_4}{S_3 S_5} + \frac{S_7}{S_6 S_8} + \frac{S_{10}}{S_9 S_{11}} + \cdots + \frac{S_{3n+1}}{S_{3n} S_{3n+2}}$ を求めよ。

[第 1 問の解答箇所]

小 計	点
-----	---

受験番号	第	番
------	---	---

数 学 2 0 1 そ の 2

第 2 問 自然数 n に対し、 $f(n) = n^2(n^2 + 8)$ と定める。次の問いに答えよ。

- (1) $f(4)$ の正の約数の個数を求めよ。
- (2) $f(n)$ は 3 の倍数であることを証明せよ。
- (3) $f(n)$ の相異なる素因数の個数が 2 個であり、かつ $f(n)$ の正の約数の個数が 10 個であるとする。 n をすべて求めよ。

[第 2 問の解答箇所]

小 計	点
-----	---

数 学 2 0 1 そ の 3

第3問 $|\overrightarrow{OA}| = 6$, $|\overrightarrow{OB}| = 4$, $|\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB}| = 2\sqrt{11}$ である $\triangle OAB$ を考える。

- (1) 内積 $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB}$ および $|\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}|$ を求めよ。
- (2) $|\overrightarrow{OA} + t\overrightarrow{OB}|$ を最小にする実数 t の値 t_1 とその最小値を求めよ。
- (3) $\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}$ とする。(2) の t_1 に対して $\overrightarrow{OD} = \overrightarrow{OA} + t_1\overrightarrow{OB}$ とするとき, $\triangle OCD$ の面積を求めよ。

[第3問の解答箇所]

受験番号	第	番
------	---	---

数 学 2 0 1 そ の 4

第4問 定数 α を $\frac{1}{2} < \alpha < 1$ とする。数列 $\{a_n\}$ は

$$a_1 = \alpha, \quad a_{n+1} = 2 \int_0^1 |t - a_n| dt \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

によって定められる。次の問いに答えよ。

- (1) 定数 x を $0 < x < 1$ とする。定積分 $\int_0^1 |t - x| dt$ を求めよ。
- (2) $\frac{1}{2} < a_n < 1$ が成り立つことを示せ。
- (3) 自然数 n に対して, $b_n = \log\left(a_n - \frac{1}{2}\right)$ とおく。 b_n を n と α を用いて表せ。
- (4) $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ の値を求めよ。

[第4問の解答箇所]

小 計	点
-----	---