

I 不等式 $-x^2 + 3x + 7 \geq |x - 1| + |x - 2|$ を満たす x の範囲を求めよ。

- Ⅱ 座標平面上に原点を中心とする半径 $\sqrt{5}$ の円 C がある。円 C の外部にある点 $P(a, b)$ を中心とする半径 $\frac{1}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ の円が C と共有点をもつとき、点 P の存在する領域を図示せよ。

Ⅲ 関数 $f(x) = x \log x$ ($x > 0$) について次の各問に答えよ。ただし対数は自然対数とする。

(1) $f(x)$ の最小値 k を求めよ。

(2) 曲線 $C: y = f(x)$ の接線のうち点 $(0, -1)$ を通るものを l とする。直線 l と曲線 C および直線 $y = k$ とで囲まれる図形の面積を求めよ。

Ⅳ A類数学・B類数学・J類情報教育の受験生は問題(ア)を解答せよ。B類技術の受験生は問題(イ)を解答せよ。

(ア) $0 \leq a \leq \pi$ を満たす実数 a に対して曲線 $y = \sin x$ と x 軸および2直線 $x = a$, $x = a + \frac{3}{2}\pi$ で囲まれる部分の面積を $S(a)$ とする。 $S(a)$ の最大値と最小値を求めよ。

(イ) $a > 0$ とするとき、座標平面上の $-a \leq x \leq 1$ において、4つの放物線 $y = (x - 1)^2$, $y = -(x - 1)^2$, $y = \frac{1}{a^2}(x + a)^2$, $y = -\frac{1}{a^2}(x + a)^2$ で囲まれる図形に内接し、1辺が y 軸に平行な長方形を考える。そのなかで、面積が最大になる長方形の y 軸に平行な辺の長さは a によらず一定であることを示せ。