

(A類数学選修, B類数学専攻,
B類技術専攻,
F類自然環境科学専攻,
J類情報教育専攻

対象

前 期

数 学 問 題 冊 子

[数学Ⅰ, 数学Ⅱ, 数学Ⅲ, 数学A, 数学B, 数学C]

平成19年度
一般選抜前期日程
私費外国人
帰国生(帰国子女)

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで, この冊子を開かないこと。
2. この問題冊子は7ページ, 解答用紙は5ページある。
3. 解答用紙の表紙の受験番号欄の該当する類・選修・専攻名を○で囲み, 受験番号を記入すること。
4. 問題はⅠからⅣの4題である。
5. 各問題の解答は必ず解答用紙の所定欄に記入すること。書ききれない場合には, その裏面に記入してもよい。その他の場所に記入しても無効である。
6. 解答用紙は切り離してはならない。
7. 試験終了後, この問題冊子は持ち帰ること。

計 算 用 紙

(切り離してはならない)

計 算 用 紙

(切り離してはならない)

- I 座標平面上で円 $C_1: x^2 + y^2 = 1$ と放物線 $C_2: y = x^2 + 5$ に同時に接する直線の方程式を求めよ。また、それらの接線のうち、傾きの値が最小のものと C_1, C_2 との接点を求めよ。

II 下の問いに答えよ。

- (1) 2次の正方行列 A が実数 α に対し $(A - \alpha E)^2 = O$ をみたすとき、任意の自然数 n に対して $A^{n+1} = (n+1)\alpha^n A - n\alpha^{n+1}E$ が成り立つことを示せ。ただし、 E は単位行列、 O は零行列である。

- (2) $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$ のとき自然数 n に対して A^n を求めよ。

Ⅲ 微分可能な関数 $f(x)$ に対して、 $f'(0)=k$ とする。このとき、下の問いに答えよ。

(1) a が定数のとき、 $\lim_{x \rightarrow \infty} x \left(f\left(\frac{a}{x}\right) - f(0) \right)$ を求めよ。

(2) 数列 $\{a_n\}$ は次の式で与えられる。

$$a_1 = 1, \quad a_n = \lim_{x \rightarrow \infty} x^2 \left(f\left(\frac{a_{n-1}}{x}\right) - f(0) \right)^2 \quad (n = 2, 3, \dots)$$

このとき、 a_n ($n \geq 2$) を求めよ。また、数列 $\{a_n\}$ が収束するような k の値の範囲を求めよ。

Ⅳ t を正の実数とし, a を $0 < a < \frac{1}{2}$ をみたす定数とする。座標平面上に曲線 $C: y = \frac{1}{x}$ と 3 直線 $\ell_1: y = \frac{1}{t+a}$, $\ell_2: x = t$, $\ell_3: x = t+1$ がある。 C , ℓ_1 , ℓ_2 で囲まれた図形の面積を S とし, C , ℓ_1 , ℓ_3 で囲まれた図形の面積を T とする。 t が正の範囲を動くとき, $T - S$ の最大値は正であることを示せ。