

(A 類数学選修, B 類数学専攻,
B 類技術専攻,
F 類自然環境科学専攻,
J 類情報教育専攻) 対象

前 期

数 学 問 題 冊 子

[数学Ⅰ, 数学Ⅱ, 数学Ⅲ, 数学A, 数学B, 数学C]

平 成 21 年 度
一般選抜前期日程
私 費 外 国 人
帰 国 生

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで, この冊子を開かないこと。
2. この問題冊子は7ページ, 解答用紙は5ページある。
3. 解答用紙の表紙の受験番号欄の該当する類・選修・専攻名を○で囲み, 受験番号を記入すること。
4. 問題はⅠからⅣの4題である。
5. 各問題の解答は必ず解答用紙の所定欄に記入すること。書ききれない場合には, その裏面に記入してもよい。その他の場所に記入しても無効である。
6. 解答用紙は切り離してはならない。
7. 試験終了後, この問題冊子は持ち帰ること。

計 算 用 紙

(切り離してはならない)

計 算 用 紙

(切り離してはならない)

I 行列 $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ に対し、数列 $\{a_n\}$ が

$$a_1 = 1, a_2 = 1, \begin{pmatrix} a_{n+1} \\ a_{n+2} \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} a_n \\ a_{n+1} \end{pmatrix} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

をみたすとする。下の問いに答えよ。

(1) $P = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ p & q \end{pmatrix}$ が逆行列をもち、 $P^{-1}AP = \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix}$ が成り立つような

a, b, p, q の値を求めよ。ただし $a > b$ とする。

(2) A^n を求めよ。

(3) 一般項 a_n を求めよ。

Ⅱ 1 辺の長さが 1 の正五角形 ABCDE の外接円の中心を O とする。ベクトル $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AE}$ をそれぞれ $\vec{a}$, $\vec{b}$ とするとき、下の問いに答えよ。

(1) 対角線 AC, BE の交点を F とするとき、BF の長さを求めよ。

(2) 内積 $\vec{a} \cdot \vec{b}$ を求めよ。

(3) ベクトル $\overrightarrow{AO}$ を $\vec{a}$, $\vec{b}$ を用いて表せ。

Ⅲ 点 O を中心とする半径 1 の円周上に 2 点 A, B をとり, $\angle AOB = 2\theta$ とする。

θ の範囲を $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ とするとき, $\triangle AOB$ の内接円の半径の最大値を求めよ。

IV 下の問いに答えよ。

- (1) $0 < x \leq 1$ のとき、次の不等式が成り立つことを示せ。

$$1 + x + \frac{x^2}{2} < e^x < 1 + x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3}$$

- (2) a を正の実数とする。関数 $f(x)$ がすべての x に対して

$$f(x) = e^{ax} \int_0^1 f(t) dt + 2x$$

をみたしている。 $f(x)$ が $x = p$ で極値をもつとき、極限值 $\lim_{a \rightarrow +0} e^{ap}$ を求めよ。