

(A類数学選修, A類情報教育選修,
B類数学専攻, B類技術専攻,
F類自然環境科学専攻,
J類情報教育専攻) 対象

前 期

数 学 問 題 冊 子

[数学Ⅰ, 数学Ⅱ, 数学Ⅲ, 数学A, 数学B, 数学C]

平成 23 年 度
一般入試前期日程
私 費 外 国 人
帰 国 生

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで, この冊子を開かないこと。
2. この問題冊子は 7 ページ, 解答用紙は 5 ページある。
3. 解答用紙の表紙の受験番号欄の該当する類・選修・専攻名を○で囲み, 受験番号を記入すること。
4. 問題はⅠからⅣの 4 題である。
5. 各問題の解答は必ず解答用紙の所定欄に記入すること。書ききれない場合には, その裏面に記入してもよい。その他の場所に記入しても無効である。
6. 解答用紙は切り離してはならない。
7. 試験終了後, この問題冊子は持ち帰ること。

計 算 用 紙

(切り離してはならない)

計 算 用 紙

(切り離してはならない)

I 実数 a, b に対して, 行列 $A = \begin{pmatrix} a-1 & 2a \\ 1 & 2a-1 \end{pmatrix}$ が $(A-bE)^2 = O$ をみたしているとき, a, b の値を求めよ。ただし, E は単位行列, O は零行列とする。

Ⅱ 座標平面上で円 $C: x^2 + (y - 4)^2 = 16$ 上の異なる 2 点 P, Q に対し, 線分 PQ を $1:3$ に内分する点を M とする。下の問いに答えよ。

(1) 点 P を原点に固定して, 点 Q を円 C 上で動かしたときの点 M の軌跡を求めよ。

(2) 2 点 P, Q が円 C 上を動くとき, 点 M が動く範囲を図示せよ。

Ⅲ 下の問いに答えよ。

(1) 不定積分 $\int x e^{-2x} dx$, $\int x^2 e^{-2x} dx$ を求めよ。

(2) すべての実数 x について

$$f(x) = (2x^2 + 3)e^{-x} + \int_0^{\log 2} f(t)e^{-t} dt$$

をみたす関数 $f(x)$ を求めよ。ただし、対数は自然対数とする。

IV 長さ 2 の線分 AB を直径とする半円の弧 AB 上に点 P をとる。このとき、下の問いに答えよ。

(1) 線分 AB の中点を O とし、 $\angle POB = \theta$ とするとき、弧 AP と弦 AP で囲まれる部分の面積を θ で表せ。

(2) 弦 AP がこの半円の面積を 2 等分するとき、不等式 $2 \widehat{BP} < \widehat{AP} < 3 \widehat{BP}$ が成り立つことを示せ。ただし、 $\widehat{AP}$ 、 $\widehat{BP}$ は弧 AP、弧 BP の長さを表す。