

(A類数学選修, A類情報教育選修, B類数学専攻, B類技術専攻, F類自然環境科学専攻, J類情報教育専攻)	対象	前期
---	----	----

数 学 問 題 冊 子

〔数学Ⅰ, 数学Ⅱ, 数学Ⅲ, 数学A, 数学B, 数学C〕

平成 25 年 度
一般入試前期日程
私 費 外 国 人
帰 国 生

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで, この冊子を開かないこと。
2. この問題冊子は 7 ページ, 解答用紙は 5 ページある。
3. 解答用紙の表紙の受験番号欄の該当する類・選修・専攻名を○で囲み, 受験番号を記入すること。
4. 問題はⅠからⅣの 4 題である。
5. 各問題の解答は必ず解答用紙の所定欄に記入すること。書ききれない場合には, その裏面に記入してもよい。その他の場所に記入しても無効である。
6. 解答用紙は切り離してはならない。
7. 試験終了後, この問題冊子は持ち帰ること。

計 算 用 紙

(切り離してはならない)

計 算 用 紙

(切り離してはならない)

I 実数 x, y, z, w が $xy = 1, z + w = 1, xw + yz = 1, yzw = 1$ をみたすとき、下の問いに答えよ。

(1) $|x| \neq 1$ であることを示せ。

(2) x, y, z, w の値を求めよ。

Ⅱ 座標平面上に，点 $A(0, -2)$ と円 $C: x^2 + (y - 2)^2 = 4$ がある。円 C 上の点 P に対し，線分 AP の中点を M ， M を通り AP に垂直な直線を ℓ とする。下の問いに答えよ。

- (1) 点 P が円 C 上を動くとき，点 M の軌跡を求めよ。
- (2) 直線 ℓ が円 C に接するとき，点 M の座標を求めよ。
- (3) 点 P が円 C 上を動くとき，直線 ℓ が通る点全体の領域を求め，図示せよ。

Ⅲ 下の問いに答えよ。

(1) 方程式 $x \cos x = \sin x$ は $\frac{4\pi}{3} < x < 2\pi$ の範囲にただ1つの解をもつことを示せ。

(2) (1)の解を α とおくと、 $0 < x < 2\pi$ において不等式

$$\frac{\sin x}{x} \geq -\frac{1}{\sqrt{1+\alpha^2}} > -\frac{3}{4\pi}$$

が成り立つことを示せ。

IV $x \geq 0$ において連続関数 $f(x)$ が不等式

$$f(x) \leq a + \int_0^x 2tf(t)dt$$

をみたしているとする。 $g(x) = ae^{x^2}$ とするとき、下の問いに答えよ。ただし、 a は 0 以上の定数である。

(1) 等式

$$g(x) = a + \int_0^x 2tg(t)dt$$

を示せ。

(2) $h(x) = e^{-x^2} \int_0^x 2tf(t)dt$ とするとき、 $x > 0$ において不等式

$$h'(x) \leq 2axe^{-x^2}$$

が成り立つことを示せ。

(3) $x \geq 0$ において不等式 $f(x) \leq g(x)$ が成り立つことを示せ。