

数 学 (120 分)

(平成 25 年度 海洋科学部 前期日程)

注 意 事 項

問 題 冊 子	解 答 用 紙
1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけない。 2. 問題冊子は全部で 10 ページである。表紙を開くと白紙があり、その裏が 1 ページ目である。不鮮明な印刷、ページの脱落に気付いたときは、試験監督者に申し出ること。 3. 問題冊子は持ち帰ること。	1. すべての解答用紙に受験番号、氏名を記入すること。記入を忘れたとき、あるいは誤った番号を記入したときは失格となることがある。 2. 解答用紙の枚数は、5 枚である。 3. 解答は、指定された箇所に記入すること。なお、解答は答えだけでなく途中の計算も記入すること。

1 3 次関数 $f(x) = -x^3 - x^2 + 8x + 1$ について，次の問に答えよ．

(配点：50 点)

- (1) 関数 $f(x)$ の極値を求め， $y = f(x)$ のグラフをかけ．
- (2) $0 \leq \theta \leq \pi$ のとき，関数

$$y = -(\sin \theta + \cos \theta)^3 - (\sin \theta + \cos \theta)^2 + 8(\sin \theta + \cos \theta) + 1$$

の最大値と最小値を求めよ．

注意：以下の余白，および右ページは計算用である．解答は，解答用紙に記入せよ．

2 関数 $f(x)$ を $f(x) = \int_0^1 (1-t)\{a(x-t) + b\} dt$ で定めるとき、次の間に答えよ。(配点：50点)

(1) $f(x)$ を a, b, x で表せ.

(2) 直線 $y = ax + b$ が点 $(1, 1)$ を通るとき、 $\int_0^1 \{f(x)\}^2 dx$ を最小にする a の値を求めよ.

注意：以下の余白，および右ページは計算用である．解答は，解答用紙に記入せよ．

- 3 n 人でじゃんけんを1回する。ただし、どの人もグー、チョキ、パーを出す確率は等しくそれぞれ $\frac{1}{3}$ とする。また、「あいこ」とはじゃんけんでは勝者が1人もいない状態のこととする。このとき次の問に答えよ。(配点：50点)
- (1) $n = 3$ のとき、「あいこ」となる確率を求めよ。
 - (2) $n = 4$ のとき、勝者が1人である確率および勝者が2人である確率をそれぞれ求めよ。
 - (3) $n = 3, 4, 5, \dots$ のとき「あいこ」となる確率を n を用いて表せ。

注意：以下の余白、および右ページは計算用である。解答は、解答用紙に記入せよ。

4 数列 $\{a_n\}$ を

$$a_1 = 1, \quad a_{n+1} = 27^{n^2-3n-9} a_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

で定める. このとき, 次の問に答えよ. (配点 : 50 点)

- (1) 数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ.
- (2) a_n の値が最小となるときの n の値を求めよ.

注意 : 以下の余白, および右ページは計算用である. 解答は, 解答用紙に記入せよ.

5 座標空間における5点 $O(0,0,0)$, $A(3,0,0)$, $B(1,\sqrt{2},1)$, $C\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{\sqrt{6}}{6}, \frac{\sqrt{3}}{6}\right)$,

$R(0,-1,\sqrt{2})$ について次の問に答えよ。(配点: 50点)

- (1) $\angle AOC$, $\angle BOC$, $\angle AOR$, $\angle BOR$ を求めよ.
- (2) 4点 O, A, B, C は同一平面上にあることを示せ.
- (3) 2点 P, Q は正の実数 s, t について $\overrightarrow{OP} = s\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OQ} = t\overrightarrow{OB}$ をみたすものとする. 3点 P, C, Q が1直線上にあるとき, 四面体 $OPQR$ の体積の最小値とそのときの P, Q の座標を求めよ.

注意: 以下の余白, および右ページは計算用である. 解答は, 解答用紙に記入せよ.