

数

学

(120 分)

(平成 27 年度 海洋科学部 前期日程)

注 意 事 項

問 題 冊 子	解 答 用 紙
1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけない。 2. 問題冊子は全部で 10 ページである。表紙を開くと白紙があり、その裏が 1 ページ目である。不鮮明な印刷、ページの脱落到ち気付いたときは、試験監督者に申し出ること。 3. 問題冊子は持ち帰ること。	1. すべての解答用紙に受験番号、氏名を記入すること。記入を忘れたとき、あるいは誤った番号を記入したときは失格となることがある。 2. 解答用紙の枚数は、5 枚である。 3. 解答は、指定された箇所に記入すること。なお、解答は答えだけでなく途中の計算も記入すること。

1 $a \geq 0$ とするとき, 3 次関数 $f(x) = x^3 - 3ax + a$ について, 次の問に答えよ. (配点: 50 点)

- (1) $a = 1$ のとき, $f(x)$ の極値を求め, $y = f(x)$ のグラフをかけ.
- (2) $0 \leq x \leq 2$ において $f(x) \geq 0$ となるような a の値の範囲を求めよ.

注意: 以下の余白, および右ページは計算用である. 解答は, 解答用紙に記入せよ.

2 等式

$$f(x) + \int_1^2 (x - kt)f(t)dt = 17x - 28 \quad \cdots (*)$$

について、次の問に答えよ。(配点：50点)

- (1) $k = 1$ のとき, $(*)$ を満たす関数 $f(x)$ を求めよ.
- (2) $k = \frac{30}{17}$ のとき, $(*)$ を満たす関数 $f(x)$ に対して, $y = f(x)$ のグラフは常にある定点を通ることを示し, その定点の座標を求めよ.

注意：以下の余白, および右ページは計算用である. 解答は, 解答用紙に記入せよ.

3 20 枚のカードに 1 から 20 までの自然数が 1 つずつ書かれている。この中からカードを 3 枚同時に取り出すとき、次の問に答えよ。(配点 50 点)

- (1) 3 枚のカードに書かれた 3 つの自然数の積が 3 の倍数となる確率を求めよ。
- (2) 3 枚のカードに書かれた 3 つの自然数の和が 3 の倍数となる確率を求めよ。
- (3) 3 枚のカードに書かれた 3 つの自然数の最小公倍数が 10 以下になる確率を求めよ。ただし、2 つ以上の自然数に共通な正の倍数のうちで最小のものを最小公倍数という。

注意：以下の余白、および右ページは計算用である。解答は、解答用紙に記入せよ。

4 座標平面上の曲線 $y = x^2(1 - x)$ を C とし、直線 $y = -x$ を l とする。数列 $\{a_n\}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) を次のように定める。 $a_1 = \frac{2}{5}$ とし、 $x = a_n$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) における C の接線と l の交点の x 座標を a_{n+1} とする。このとき次の間に答えよ。(配点：50 点)

- (1) n を自然数とすると、 a_{n+1} を a_n で表せ。
- (2) n を自然数とすると、 $0 < a_{n+1} < a_n^2$ を示せ。

注意：以下の余白、および右ページは計算用である。解答は、解答用紙に記入せよ。

5 a を実数とする. 空間内の4点 $A(a, 1, 2)$, $B(2, -3, 1)$, $C(1, -2, 0)$, $D(1, -1, -1)$ に対し, 線分 AB の中点を P , 線分 AC の中点を Q , 線分 CD の中点を R , 線分 BD の中点を S とする. このとき, 次の問に答えよ.

(配点: 50 点)

- (1) 線分 QR の長さを a を用いて表せ.
- (2) $\cos \angle PQR$ の値を a を用いて表せ.
- (3) a が実数全体を動くとき, 四角形 $PQRS$ の面積の最小値とそのときの a の値を求めよ.

注意: 以下の余白, および右ページは計算用である. 解答は, 解答用紙に記入せよ.