数　　学 (120分)

(平成28年度 海洋科学部 前期日程)

注 意 事 項

問 題 冊 子	解 答 用 紙
1. 試験開始の合図があるまで，この問題冊子を開いてはいけない。 2. 問題冊子は全部で10ページである。表紙を開くと白紙があり，その裏が1ページ目である。不鮮明な印刷，ページの脱落に気付いたときは，試験監督者に申し出ること。 3. 問題冊子は持ち帰ること。	1. すべての解答用紙に受験番号，氏名を記入すること。記入を忘れたとき，あるいは誤った番号を記入したときは失格となることがある。 2. 解答用紙の枚数は，5枚である。 3. 解答は，指定された箇所に記入すること。なお，解答は答えだけでなく途中の計算も記入すること。

$\boxed{1}$ 3 次関数 $f(x) = x^3 - 3x^2 + 5$ について次の問に答えよ．(配点：50 点)

(1) $f(x)$ の極値を求め，$y = f(x)$ のグラフをかけ．

(2) 点 $\mathrm{P}(p, f(p))$ を通る直線が点 P とは異なる点 $\mathrm{Q}(q, f(q))$ で曲線 $y = f(x)$ に接するとき，q を p で表せ．

注意：以下の余白，および右ページは計算用である．解答は，解答用紙に記入せよ．

$\boxed{2}$ 連立不等式

$$y \geqq 0, \qquad x^2 + y^2 \leqq 1, \qquad y \geqq 6x^2 - 4$$

の表す xy 平面上の領域を D とするとき，次の問に答えよ．(配点：50 点)

(1) 領域 D を図示せよ．

(2) 点 (x, y) が領域 D を動くとき $y - x$ の最大値と最小値を求めよ．

(3) D の面積を求めよ．

注意：以下の余白，および右ページは計算用である．解答は，解答用紙に記入せよ．

$\boxed{3}$ $\log_{10} 2 = 0.301$, $\log_{10} 3 = 0.477$, $\log_{10} 5 = 0.699$, $\log_{10} 7 = 0.845$ とする．このとき，次の問に答えよ．(配点：50 点)

(1) $2016^n > 10^{100}$ となる最小の自然数 n を求めよ．

(2) $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} 225^k > 10^{100}$ となる最小の自然数 n を求めよ．

注意：以下の余白，および右ページは計算用である．解答は，解答用紙に記入せよ．

$\boxed{4}$ $\triangle$ABCに対し $\vec{a}=\overrightarrow{\mathrm{AB}}$, $\vec{b}=\overrightarrow{\mathrm{BC}}$, $\vec{c}=\overrightarrow{\mathrm{CA}}$ として

$$\vec{p}=|\vec{a}|\,\vec{b}+|\vec{b}|\,\vec{c}+|\vec{c}|\,\vec{a}$$

によってベクトル $\vec{p}$ を定めるとき，次の問に答えよ．(配点：50点)

(1) $\vec{p}=\vec{0}$ は$\triangle$ABCが正三角形であるための必要十分条件であることを証明せよ．

(2) $\vec{p}=\vec{a}$ かつ $|\vec{p}|=4$ のとき，$\cos\angle\mathrm{ABC}$ の値を求めよ．

注意：以下の余白，および右ページは計算用である．解答は，解答用紙に記入せよ．

$\boxed{5}$ t が $0 \leqq t \leqq 1$ の範囲を動くとき，xy 平面上の 2 点 $\mathrm{P}(t, t)$, $\mathrm{Q}(t-1, 1-t)$ を結ぶ線分 PQ の通過する領域を D とする．このとき，次の問に答えよ．

（配点：50 点）

(1) D を図示せよ．

(2) D の面積を求めよ．

注意：以下の余白，および右ページは計算用である．解答は，解答用紙に記入せよ．