数　　学 (120分)

(平成29年度 海洋生命科学部・海洋資源環境学部 前期日程)

注 意 事 項

問 題 冊 子	解 答 用 紙
1. 試験開始の合図があるまで，この問題冊子を開いてはいけない。 2. 問題冊子は全部で10ページである。表紙を開くと白紙があり，その裏が1ページ目である。不鮮明な印刷，ページの脱落に気付いたときは，試験監督者に申し出ること。 3. 問題冊子は持ち帰ること。	1. すべての解答用紙に受験番号，氏名を記入すること。記入を忘れたとき，あるいは誤った番号を記入したときは失格となることがある。 2. 解答用紙の枚数は，5枚である。 3. 解答は，指定された箇所に記入すること。なお，解答は答えだけでなく途中の計算も記入すること。

$\boxed{1}$ 3次関数 $f(x)=x^3+x^2-x+3$ について，次の問に答えよ.（配点：50点）

(1) $f(x)$ の極値を求め，$y=f(x)$ のグラフをかけ.

(2) 3点 $\mathrm{A}(-2,1)$，$\mathrm{B}(0,3)$，$\mathrm{C}(p,f(p))$（ただし，$-2<p<0$）を頂点とする三角形ABCの面積 $S(p)$ が最大になるときの p の値を求めよ.

注意：以下の余白，および右ページは計算用である．解答は，解答用紙に記入せよ.

$\boxed{2}$ 次の問に答えよ.(配点：50 点)

(1) 2 次関数 $f(x) = ax^2 + bx + c$ (ただし，$a > 0$) が $x = 1$ で最小値をとり，$\displaystyle\int_0^1 f(x)\,dx = 10$, $\displaystyle\int_1^2 xf'(x)\,dx = 30$ を満たすとき，a, b, c の値を求めよ.

(2) $\displaystyle\int_0^n (3x^2 + kx + 1)\,dx > 0$ がすべての自然数 n に対して成り立つような実数 k の値の範囲を求めよ.

注意：以下の余白，および右ページは計算用である．解答は，解答用紙に記入せよ.

$\boxed{3}$ $0 < \theta < \dfrac{\pi}{2}$ で定義された関数

$$f(\theta) = \log_3(\sin\theta) + \log_3(\cos\theta)\ ,\quad g(\theta) = \log_9(\sin\theta) + \log_3(\cos\theta)$$

について次の問に答えよ．(配点：50 点)

(1) $f(\theta)$ の最大値 L を求めよ．

(2) $g(\theta)$ の最大値 M を求めよ．

(3) L と M の大小関係を不等号を用いて表せ．

注意：以下の余白，および右ページは計算用である．解答は，解答用紙に記入せよ．

$\boxed{4}$ 空間の 3 点 $\mathrm{O}(0,0,0)$, $\mathrm{A}(2,2\sqrt{3},1)$, $\mathrm{P}(\cos\theta,\sin\theta,0)$ について次の問に答えよ．ただし，$0 \leqq \theta \leqq \pi$ とする．(配点：50 点)

(1) $\cos\angle\mathrm{AOP}$ を θ で表せ．

(2) 三角形 AOP の面積 $S(\theta)$ の最大値と最小値を求めよ．また，そのときの θ の値を求めよ．

注意：以下の余白，および右ページは計算用である．解答は，解答用紙に記入せよ．

$\boxed{5}$ 次の 2 つの条件（ア），（イ）を満たす n 桁の自然数の個数を a_n とする．

（ア）各位の数が 1, 2, 3, 4, 5 のいずれかである．

（イ）各位の数の和が 3 の倍数である．

例えば，315 は条件（ア），（イ）を満たす 3 桁の自然数であり，また 42234 は条件（ア），（イ）を満たす 5 桁の自然数である．このとき，次の問に答えよ．

（配点：50 点）

(1) a_2 を求めよ．

(2) $n \geqq 1$ のとき，a_{n+1} を a_n と n で表せ．

(3) 条件（ア）を満たす n 桁の自然数の個数を b_n とし，
$c_n = \dfrac{a_n}{b_n}$ $(n = 1, 2, 3, \cdots)$ とするとき，数列 $\{c_n\}$ の一般項を求めよ．

注意：以下の余白，および右ページは計算用である．解答は，解答用紙に記入せよ．