数　　学 (120分)

(平成30年度 海洋生命科学部・海洋資源環境学部 前期日程)

注 意 事 項

問 題 冊 子	解 答 用 紙
1. 試験開始の合図があるまで，この問題冊子を開いてはいけない。 2. 問題冊子は全部で10ページである。表紙を開くと白紙があり，その裏が1ページ目である。不鮮明な印刷，ページの脱落に気付いたときは，試験監督者に申し出ること。 3. 問題冊子は持ち帰ること。	1. すべての解答用紙に受験番号，氏名を記入すること。記入を忘れたとき，あるいは誤った番号を記入したときは失格となることがある。 2. 解答用紙の枚数は，5枚である。 3. 解答は，指定された箇所に記入すること。なお，解答は答えだけでなく途中の計算も記入すること。

$\boxed{1}$ 3次関数 $f(x)=\dfrac{1}{4}x^3+ax^2+bx+4a^2$ について次の問に答えよ．(配点：50点)

(1) $a=b=1$ のとき，$f(x)$ の極値を求め，$y=f(x)$ のグラフをかけ．

(2) $f(x)$ が $x=1$ で極大値 $\dfrac{9}{2}$ をとるとき，$f(x)$ の極小値を求めよ．

注意：以下の余白，および右ページは計算用である．解答は，解答用紙に記入せよ．

$\boxed{2}$ 2次関数 $f(x) = ax^2 + bx + c$ について次の問に答えよ．ただし係数 a, b, c は実数で， $a \neq 0$ とする．(配点：50点)

(1) $a = c = 1$ のとき， $\displaystyle\int_k^{k+1} f(x)\,dx = 0$ となる実数 k が存在するような b の値の範囲を求めよ．

(2) $\displaystyle\int_{k-1}^{k} f(x)\,dx = \int_k^{k+1} f(x)\,dx$ となる実数 k を a, b を用いて表せ．

(3) $\displaystyle\int_{k-1}^{k} f(x)\,dx = \int_k^{k+1} f(x)\,dx = \int_{k+1}^{k+2} f(x)\,dx$ となる実数 k は存在しないことを示せ．

注意：以下の余白，および右ページは計算用である．解答は，解答用紙に記入せよ．

$\boxed{3}$ 不等式

$$\log_x y - 2\log_y x - 1 < 0 \qquad \cdots\cdots (*)$$

について次の問に答えよ．ただし x, y は 1 と異なる正の実数である．(配点：50 点)

(1) $x = \dfrac{1}{2}$ のとき，不等式 $(*)$ を満たす y の値の範囲を求めよ．

(2) x が 1 と異なる正の実数のとき，不等式 $(*)$ を満たす y の値の範囲を x を用いて表せ．

注意：以下の余白，および右ページは計算用である．解答は，解答用紙に記入せよ．

$\boxed{4}$ 平面上の4点 O, A, B, C が $|\overrightarrow{OA}| = |\overrightarrow{OB}| = 1$, $|\overrightarrow{OC}| = 5$, $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OC} = 3$, $\overrightarrow{OB}\cdot\overrightarrow{OC} = 4$ を満たすとき，次の問に答えよ．(配点：50点)

(1) $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}$ の値をすべて求めよ．

(2) $|\overrightarrow{AB}|$ の値をすべて求めよ．

注意：以下の余白，および右ページは計算用である．解答は，解答用紙に記入せよ．

5　図1のような2×4のマスがあり，各マスに1から8までの自然数が1つずつ書かれている．また，1から8までの番号札が1枚ずつ入った袋があり，この袋から番号札を1枚取り出し，同じ番号のマスを黒く塗りつぶす．ただし，番号札を取り出す確率はいずれも等しく，一度取り出した番号札は袋に戻さないものとする．この操作を「黒く塗りつぶされたマスが横一列に4つ並ぶ」という条件が満たされるまでくり返し，その条件が満たされたとき操作を終了する．

1	2	3	4
5	6	7	8

図1：2×4のマス

例えば2, 6, 4, 1, 8, 3の順に番号札を取り出した場合は図2のように塗りつぶされていき，操作がちょうど6回で終了する．

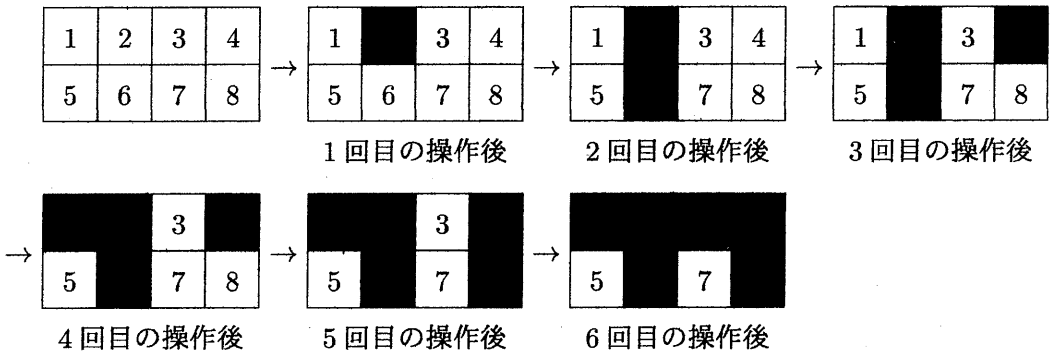

図2：2, 6, 4, 1, 8, 3の順に取り出した場合

このとき次の問に答えよ．(配点：50点)

(1) 操作がちょうど4回で終了する確率を求めよ．

(2) 操作がちょうど6回で終了する確率を求めよ．

(3) 操作がちょうど7回で終了する確率を求めよ．

注意：以下の余白，および右ページは計算用である．解答は，解答用紙に記入せよ．