

数 学 (120 分)

【海洋工学部】

(平成31年度前期日程)

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
2. この冊子は全部で7ページから成っています。表紙を開くと白紙があります。さらに、その白紙を開いた左のページから1ページ目の問題がはじまります。印刷が不鮮明な場合、又はページの脱落に気付いたときは、申し出てください。
3. 解答用紙は4枚です。
4. 解答は必ず解答用紙の指定された欄に記入してください。(裏面は使用しないこと。)
5. 解答用紙には必ず受験番号、氏名を記入してください。記入を忘れたとき、あるいは誤った番号を記入したときは失格となることがあります。
6. 解答用紙の解答欄に、関係のない文字、記号、符号などを記入してはいけません。
7. 数Ⅰ・数Ⅱ・数A・数Bを選択する者は , , , を、
数Ⅰ・数Ⅱ・数Ⅲ・数A・数Bを選択する者は , , , を
解答してください。
8. については解答用紙の指示に従い、解答するほうを○で囲んでください。
9. 解答は100点満点で採点され、海事システム工学科と海洋電子機械工学科は採点結果の3倍が、流通情報工学科は採点結果の2倍が得点になります。
10. 試験終了後、問題冊子は持ち帰ってください。

1

(配点 25 点)

関数 $f(x) = x^3 - 2x^2 + 3$ に対して、座標平面上の曲線 $y = f(x)$ を C とする.

- (1) $f(x)$ の増減を調べて極値を求めよ. また, C の概形をかけ.
- (2) 実数 a に対して, 点 $P(a, f(a))$ における C の接線を ℓ とする. ℓ と C の共有点が P のみになるとき, a の値を求めよ.
- (3) (2) のとき, C と ℓ および y 軸で囲まれた図形の面積を求めよ.

O

O

2

(配点 25 点)

$-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}$ を満たす θ に対して、 O を原点とする座標平面上の直線 $\ell: y = (\tan \theta)x$ と、点 $A(\sqrt{3}, 1)$ を中心とする半径 $\sqrt{2}$ の円 C を考える.

- (1) ℓ と C が接するとき、その接点を B とする. $\cos \angle AOB$ を求めよ.
- (2) ℓ と C が共有点を持つような θ の値の範囲を求めよ.
- (3) ℓ と C が 2 点 P_1, P_2 で交わるとき、線分 P_1P_2 の中点を Q とし、 Q の x 座標を x_0 とする. このとき、 $x_0 = a \sin(2\theta + \alpha) + b$ となるような実数 a, b, α を求めよ. ただし、 $a > 0, -\pi < \alpha \leq \pi$ とする.
- (4) (3) のとき、 x_0 の最大値とそのときの θ の値を求めよ.

O

O

3 (配点 25 点)

初項をそれぞれ x_0, y_0 とする数列 $x_0, x_1, x_2, \dots$ および $y_0, y_1, y_2, \dots$ が, $n = 0, 1, 2, \dots$ に対して,

$$\begin{cases} x_{n+1} = -x_n - \sqrt{3}y_n + 5 \\ y_{n+1} = \sqrt{3}x_n - y_n + \sqrt{3} \end{cases}$$

を満たすとする.

- (1) x_{n+2}, y_{n+2} および x_{n+3}, y_{n+3} を x_n, y_n を用いて表せ.
- (2) x_{3k}, y_{3k} ($k = 0, 1, 2, \dots$) を x_0, y_0 を用いて表せ.
- (3) $x_0 = y_0 = 0$ のとき, x_{3k+1}, y_{3k+1} ($k = 0, 1, 2, \dots$) を求めよ.

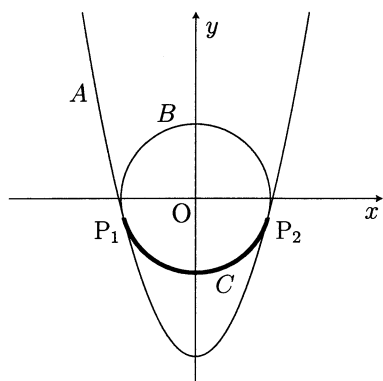
O

O

4-I (配点 25 点)

正の定数 a, r に対して, O を原点とする座標平面上の放物線 $A: y = x^2 - a$ と円 $B: x^2 + y^2 = r^2$ が, 図のように y 軸上にない異なる 2 点 P_1, P_2 で接している. ここで, 放物線と円がある共有点で接するとは, その点における放物線の接線と円の接線が一致することとする. また, 円 B の点 $(0, -r)$ を含む弧 P_1P_2 を C とする.

- (1) P_1, P_2 の座標および a を r を用いて表せ.
- (2) C 上の点 $Q(s, t)$ における B の接線と A との交点を R_1, R_2 とするとき, 線分 R_1R_2 の長さ d を r, t を用いて表せ. ただし Q が P_1 または P_2 と一致するときは, $d = 0$ とする.
- (3) Q が C 上を動くとき, d の最大値を r を用いて表せ.

**4-II** (配点 25 点)

$$f(x) = \frac{x}{1-x} - \log(x+1) \text{ とする.}$$

- (1) 関数 $y = f(x)$ の極値を求め, グラフの概形をかけ. ただし, 凹凸は調べなくてよい.
- (2) 定積分 $\int_0^{\frac{1}{2}} f(x) dx$ の値を求めよ.