

平成27年度前期日程試験問題

数 学 (Z)

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
2. この問題冊子は、4 ページあります。
3. 問題は 1 ～ 4 の4 題です。全問解答しなさい。
4. 試験開始後に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁がないことを確認し、ある場合には手をあげて監督者に知らせなさい。
5. 問題冊子の針金綴じは、はずしてもかまいません。問題冊子の余白は下書き、計算用に使用してもかまいません。
6. 解答用紙(別紙)は4 枚(Aい～Aに)です。
7. 各解答用紙の指定欄に、受験番号を記入しなさい。
8. 解答は、必ず解答用紙の指定箇所に記入しなさい。
9. 解答用紙は、持ち帰ってはいけません。
10. 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

解答上の注意

11. 解答用紙の「〔1〕 解」、 「〔2〕 解」などで始まる空白部分に、論証過程や計算過程がわかるように解答しなさい。「答」欄には設問の答えを記入しなさい。
12. 設問に「答えのみでよい」という指示のある場合には、「答」欄に設問の答えのみを記入しなさい。

- 1 点 O を原点とする座標空間上に3点 $A(1, -1, 0)$, $B(1, 1, 4)$, $C(4, 3, 5)$ をとる。次の問いに答えよ。

- 〔1〕 平面 OAB に関して点 C と対称な点を D とする。ベクトル $\overrightarrow{OD}$ を適当な実数 s, t, u を用いて

$$\overrightarrow{OD} = s\overrightarrow{OA} + t\overrightarrow{OB} + u\overrightarrow{OC}$$

と表したとき, s, t, u の値を求めよ。

- 〔2〕 四面体 $OABC$ の体積を求めよ。

- 〔3〕 点 O と平面 ABC の距離を求めよ。

2 次の問いに答えよ。

〔1〕 r を $|r| < 1$ である実数とする。自然数 n に対して

$$S_n = 1 + 2r + 3r^2 + \cdots + nr^{n-1}$$

とおく。

$$S = \lim_{n \rightarrow \infty} S_n$$

を r の式で表せ。ただし $|r| < 1$ のとき $\lim_{n \rightarrow \infty} nr^n = 0$ であることを用いてよい。

〔2〕 n を自然数とする。2 人の弓道部員 A, B が矢を^ま的に命中させる確率は、A が $\frac{4}{5}$, B が $\frac{1}{2}$ である。A, B が^ま的に向かってそれぞれ n 回ずつ矢を射る。

(1) $n = 1$ のとき、A の射る矢が命中する確率を p_1 とし、A の射る矢が命中せずに B の射る矢が命中する確率を q_1 とする。 $p_1 + q_1$ を求めよ。

(2) $n \geq 2$ のとき、1 回目から $(n - 1)$ 回目まで A の射る矢も B の射る矢も命中せず、 n 回目に A の射る矢が命中する確率を p_n とする。 p_n を求めよ。

(3) $n \geq 2$ のとき、A の射る矢は 1 回目から n 回目まで命中せず、B の射る矢は 1 回目から $(n - 1)$ 回目まで命中せずに n 回目のみ命中する確率を q_n とする。 q_n を求めよ。

〔3〕 〔2〕で求めた $p_n (n = 1, 2, 3, \cdots)$ に対して

$$E = \sum_{n=1}^{\infty} (2n - 1)p_n$$

とおく。 E の値を求めよ。

3

関数 $f(x)$ を

$$f(x) = e^{-x} x^2 (x^2 + ax + b)$$

で定める。ただし、 a, b は実数、 e は自然対数の底とする。次の問いに答えよ。

[1] $f(x)$ の導関数を $f'(x)$ とする。 $f(-1) = 10e$, $f'(1) = 0$ のとき、 a, b の値を求めよ。

[2] a, b を [1] で求めた値とする。このとき $x \geq 0$ における $f(x)$ の最大値、最小値を求め、そのときの x の値を求めよ。ただし、 $2 < e < 3$ であることを用いてよい。

4

$f(x) = \cos x + \sin x - 1$ とする。 $g(x)$ は

$$g(x) = |f(x)| - \frac{1}{4\pi^2} \left\{ \int_0^{2\pi} t g(t) dt - 3\pi \right\}$$

を満たす連続関数とする。次の問いに答えよ。

[1] 区間 $0 \leq x \leq 2\pi$ において $f(x) > 0$ を満たす x の範囲を求めよ。ただし答えのみでよい。

[2] 不定積分 $\int x f(x) dx$ を求めよ。

[3] 定積分 $\int_0^{2\pi} t |f(t)| dt$ の値を求めよ。

[4] $g(x)$ を求めよ。

