

J 1 数 学

この冊子は、数学の問題で 1 ページより 10 ページまであります。

〔注 意〕

- (1) 試験開始の指示があるまで、この冊子を開いてはいけません。
また、解答用紙は机の上に裏返しにしておきなさい。
- (2) 試験開始の指示があったら、直ちに解答用紙に志望学科・受験番号を記入し、解答用マークカードには受験番号および氏名を記入し、さらに受験番号・志望学科をマークしなさい。その後、問題冊子のページ数を確認しなさい。
- (3) 解答は所定の解答用紙に記入したものおよび解答用マークカードにマークしたものだけが採点されます。
- (4) 解答用マークカードについて
 - ① 解答用マークカードは絶対に折り曲げてはいけません。
 - ② マークには黒鉛筆(HBまたはB)を使用しなさい。指定の黒鉛筆以外でマークした場合は採点されません。
 - ③ 誤ってマークした場合は消しゴムでていねいに消し、消し屑を完全に取り除いた上、新たにマークし直しなさい。
 - ④ マークは縦 1 列について 1 箇所に限ります。2 箇所以上マークすると採点されません。あいまいなマークは無効となるので、はっきりマークしなさい。
- (5) 問題冊子は、試験終了後、持ち帰りなさい。

問題 **1** の解答は解答用マークカードにマークしなさい。

1 次の(1), (2), (3)では, 0 から 999 までのいずれかの整数が当てはまる空欄が用意されている。空欄に当てはまる整数を求めて, (ア)から(ク)に適する 0 から 9 までの数字をそれぞれ解答用マークカードの指定された欄にマークせよ。ただし, 空欄は整数の桁に応じて 3 種類あり,

--

 は 1 桁の数,

--	--

 は 2 桁の数,

--	--	--

 は 3 桁の数を表すものとし, 分数は既約分数を表すものとする。

また, (4)では, (チ)に適するものを解答群の中から選び, その番号を解答用マークカードの指定された欄にマークせよ。 (40 点)

(1) 曲線

$$y = x^3 - 6x^2 + x + 10$$

および直線

$$y = mx$$

は異なる 3 点 A, B, C において交わり, しかも A, B, C はこの順に等間隔に並んでいるという。このとき, A, B, C の座標は, A (-

--

 (ア) ,

--

 (イ)), B (

--

 (ウ) , -

--

 (エ)), C (

--

 (オ) , -

--	--

 (カ) (キ)) であり, m の値は -

--

 (ク) である。

- (2) 頂点を O とする正六角錐^{すい} $O - A B C D E F$ がある。底面(正六角形)の辺の長さを 1 とし、残りの辺の長さはすべて 2 とする。このとき、

$$\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OC} = \frac{\boxed{\text{(ケ)}}}{\boxed{\text{(コ)}}}, \quad |\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{BC}| = \boxed{\text{(サ)}}$$

である。

- (3) 2つのサイコロを同時に投げる試行を繰り返すとき、3回目にはじめて目がそろふ確率は

$$\frac{\begin{array}{|c|c|} \hline (シ) & (ズ) \\ \hline \end{array}}{\begin{array}{|c|c|c|} \hline (セ) & (ソ) & (タ) \\ \hline \end{array}}$$

である。

$$(4) \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n} \sum_{k=n}^{2n} \frac{n+1}{n+k} \right) = \boxed{\text{(チ)}}$$

(チ)の解答群

0 2

1 $\log 1.5$

2 e^{-1}

3 $\log 2$

4 e

5 $\log 3$

6 1

7 0

8 ∞

9 $\frac{1}{1+e}$

問題 **2**, **3** の解答は解答用紙に記入しなさい。

2 行列 A_0, B, C を

$$A_0 = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -\frac{1}{3} & 0 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 3 & -6 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$$

とし, $n \geq 1$ のとき, A_n を

$$A_n = BA_{n-1} + C$$

で定める。このとき, 次の問いに答えよ。

(30 点)

- (1) A_1 を求めよ。
- (2) E を単位行列とすると, C を B, E で表せ。
- (3) B^2 を E で表せ。
- (4) $n \geq 1$ のとき, A_n を A_0, B, E で表せ。
- (5) A_{2n}, A_{2n+1} を求めよ。
- (6) $A_n = \begin{pmatrix} a_n & b_n \\ c_n & d_n \end{pmatrix}$ とおくと, $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n, \lim_{n \rightarrow \infty} b_n, \lim_{n \rightarrow \infty} c_n, \lim_{n \rightarrow \infty} d_n$ を求めよ。

3

式

$$x^4 + y^2 = x^2 \cdots \cdots (A)$$

(A)を満たす平面上の点 (x, y) について次の問いに答えよ。

(30 点)

- (1) (A)を満たす点のうちで y の値が最大となる点の座標を求めよ。
- (2) (A)を満たす (x, y) のグラフの概形をかけ。
- (3) $x^4 + y^2 \leq x^2$ となる部分の図形の面積を求めよ。
- (4) (3)の図形を x 軸のまわりに回転させてできる回転体の体積を求めよ。
- (5) (3)の図形を y 軸のまわりに回転させてできる回転体の体積を求めよ。