

C 1 数 学

この冊子は、数学の問題で 1 ページより 6 ページまであります。

〔注 意〕

- (1) 試験開始の指示があるまで、この冊子を開いてはいけません。
また、解答用紙は机の上に裏返しにしておきなさい。
- (2) 試験開始の指示があったら、直ちに解答用紙に志望学科・受験番号を記入し、解答用マークカードには受験番号および氏名を記入し、さらに受験番号・志望学科をマークしなさい。その後、問題冊子のページ数を確認しなさい。
- (3) 解答は所定の解答用紙に記入したものおよび解答用マークカードにマークしたものだけが採点されます。
- (4) 解答用マークカードについて
 - ① 解答用マークカードは絶対に折り曲げてはいけません。
 - ② マークには黒鉛筆(HBまたはB)を使用しなさい。指定の黒鉛筆以外でマークした場合は採点されません。
 - ③ 誤ってマークした場合は消しゴムでていねいに消し、消し屑を完全に取り除いた上、新たにマークし直しなさい。
 - ④ マークは縦 1 列について 1 箇所に限ります。2 箇所以上マークすると採点されません。あいまいなマークは無効となるので、はっきりマークしなさい。
- (5) 問題冊子は、試験終了後、持ち帰りなさい。

- 1 次の(1), (2), (3)において, 内のカタカナにあてはまる0から9までの数字をそれぞれ解答用マークカードにマークせよ。 は2桁以下の正の整数を表す。1桁の数があてはまる場合には10の位に0をマークすること。ただし, 分数は既約分数として表すものとする。 (50点)

(1) 異なる2つの整式

$$P(x) = x^2 + x - \boxed{\text{ア}}$$

と

$$Q(x) = x^2 - \boxed{\text{ア}}x + 1$$

は, とともに1次式 $x - \boxed{\text{イ}}$ で割り切れる。このとき, 整式

$$x^3 + \boxed{\text{ウ}}x^2 - \boxed{\text{エ}}x + \boxed{\text{オ}}$$

は $P(x)$, $Q(x)$ で割り切れる。

- (2) 空間内に 4 点 $O(0, 0, 0)$, $A(-1, 0, 1)$, $B(2, 2, -1)$, $C(1, 2, 3)$ があるとき、以下の問いに答えよ。

(a) 単位ベクトル

$$\vec{k} = \left(\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}, -\frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}, \frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}} \right)$$

は、ベクトル $\overrightarrow{OA}$ と $\overrightarrow{OB}$ の両方に垂直である。

(b) ベクトル $\overrightarrow{OA}$ と $\overrightarrow{OB}$ のなす角を θ とすると

$$\cos \theta = -\frac{\sqrt{\boxed{\text{キ}}}}{\boxed{\text{ク}}}$$

である。

(c) 三角形 OAB の面積は $\frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}$ であり、四面体 $OABC$ の体積は $\boxed{\text{サ}}$ である。

(3) 曲線 $C: y = e^x$ を考える。ただし、 e は自然対数の底である。

$a_1 = 1$ に対して、点 (a_1, e^{a_1}) における C の接線を l_1 とし、 l_1 と x 軸との交点を $(a_2, 0)$ とする。さらに点 (a_2, e^{a_2}) における C の接線を l_2 とし、 l_2 と x 軸との交点を $(a_3, 0)$ とする。このような操作で、次々と、 a_n および接線 $l_n (n = 1, 2, 3, \dots)$ を定めてゆくと、 $n = 12$ のとき

$$a_{12} = - \boxed{\text{ア}} \boxed{\text{イ}}$$

である。

曲線 C と接線 l_n および直線 $x = a_{n+1}$ とで囲まれた領域の面積を S_n とすると、

$$\frac{S_{n+1}}{S_n} = \frac{1}{\boxed{\text{ウ}} e}$$

であり、

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n S_k = \frac{(e - \boxed{\text{エ}}) e}{\boxed{\text{オ}} (e - \boxed{\text{カ}})}$$

である。

問題 2 , 3 の解答は解答用紙に記入しなさい。

2 $f(x) = |x^2 - 2x| + |2x - 1|$
 $g(x) = ax + \frac{3}{4} \quad (a \geq 0)$

とおいたとき、以下の問いに答えよ。

(25 点)

- (1) 関数 $y = f(x)$ の極値と、そのときの x の値を求めよ。
- (2) 関数 $y = f(x)$ のグラフと関数 $y = g(x)$ のグラフとの共有点の個数は、 a の値によってどのように変わるか調べよ。

- (1) 9 個の小石が図 1 のように 3 行、3 列に並んでいる。この 9 個の中から 6 個だけ取り除き、各行、各列にそれぞれ小石が奇数個ずつ残るようにしたい。取り除く小石の行番号、列番号の組合せを考えると、取り除き方は何通りあるか。どのように取り除くかをすべて図示せよ。ただし図示するときは必ず図 2 のように枠を示し、取り除く所に×印をつけよ。

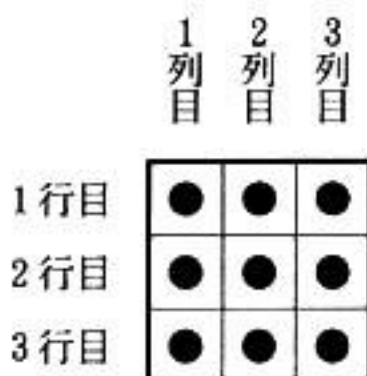


図 1

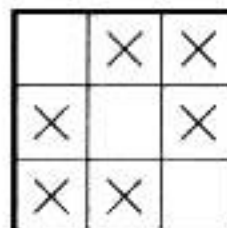


図 2 (取り除き方の一例)

- (2) 今度は 25 個の小石が、5 行、5 列に並んでいる。この 25 個の中から 6 個だけ取り除き、各行、各列にそれぞれ小石が奇数個ずつ残るようにしたい。
- (a) 1 つの行に注目したとき、その行から取り除くことのできる小石の個数は最大いくつか。
- (b) 取り除く小石の行番号、列番号の組合せを考えると、取り除き方は何通りあるか。
- (3) n を 3 以上の奇数とする。 n 行、 n 列に並んだ n^2 個の小石の中から 6 個だけ取り除き、各行、各列にそれぞれ小石が奇数個ずつ残るようにしたい。取り除く小石の行番号、列番号の組合せを考えると、取り除き方は何通りあるか。