

E 1 数 学

この冊子は、数学の問題で 1 ページより 5 ページまであります。

〔注 意〕

- (1) 試験開始の指示があるまで、この冊子を開いてはいけません。
また、解答用紙は机の上に裏返しにしておきなさい。
- (2) 試験開始の指示があったら、直ちに解答用紙に志望学科・受験番号を記入し、解答用マークカードには受験番号および氏名を記入し、さらに受験番号・志望学科をマークしなさい。その後、問題冊子のページ数を確認しなさい。
- (3) 解答は所定の解答用紙に記入したものおよび解答用マークカードにマークしたものだけが採点されます。
- (4) 解答用マークカードについて
 - ① 解答用マークカードは絶対に折り曲げてはいけません。
 - ② マークには黒鉛筆(HBまたはB)を使用しなさい。指定の黒鉛筆以外でマークした場合は採点されません。
 - ③ 誤ってマークした場合は消しゴムでていねいに消し、消し屑を完全に取り除いた上、新たにマークし直しなさい。
 - ④ マークは縦 1 列について 1 箇所に限ります。2 箇所以上マークすると採点されません。あいまいなマークは無効となるので、はっきりマークしなさい。
- (5) 問題冊子は、試験終了後、持ち帰りなさい。

問題 1 の解答は解答用マークカードにマークしなさい。

1 次の文章中の ア から ツ までに当てはまる数字0～9を求めて、解答用マークカードの指定された欄にマークしなさい。ただし、分数は既約分数として表しなさい。(40点)

(1) 空間にベクトル $\vec{a} = (1, 1, 1)$, $\vec{b} = (1, 1, -2)$, $\vec{e}_1 = (1, 0, 0)$

および $\vec{c} = \vec{a} + t\vec{e}_1$ があり、 $\vec{c}$ は $\vec{a}$ に垂直であるという。

このとき $t = -$ ア である。 $\vec{b}$ と $\vec{c}$ のなす角を θ とすると
 $\cos \theta = -\frac{1}{$ イ $}$ である。

また、ベクトル $\vec{e}_2 = (0, 1, 0)$ を $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ で表すと、
 $\vec{e}_2 = \frac{1}{$ ウ $}$ $\vec{a} + \frac{1}{$ エ $}$ $\vec{b} + \frac{1}{$ オ $}$ $\vec{c}$ となる。

(2) 実数 θ に対して、2 次関数 $y = x^2 - 4x \cos \frac{\theta}{2} + \sin \theta + 2$ の最小値を $m(\theta)$ とおく。

$\sin \theta$, $\cos \theta$ を用いて $m(\theta)$ を表すと $m(\theta) = \boxed{\text{力}} \sin \theta - \boxed{\text{キ}} \cos \theta$

となる。 θ が実数全体を動くとき、 $m(\theta)$ の最大値は $\sqrt{\boxed{\text{ク}}}$ である。

また、 θ が $\sin \theta + \cos \theta = -\frac{1}{2}$ を満たす第 2 象限の角であるとき、

$m(\theta) = \frac{-\boxed{\text{ケ}} + \boxed{\text{コ}} \sqrt{\boxed{\text{サ}}}}{4}$ である。

(3) 数列 $\{a_n\}$ は漸化式

$$\begin{cases} a_1 = 0 \\ a_n = (3p - 1)a_{n-1} - 1 \quad (n = 2, 3, 4, \dots) \end{cases}$$

を満たすという。ただし、 p は定数である。

数列 $a_1, a_2, a_3, \dots$ が等差数列になるのは $p = \frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}}$ のときである。

またこの数列が収束するためには、実数 p が $\boxed{\text{セ}} < p < \frac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}}$ を満たす

ことが必要十分であって、このとき $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \frac{1}{\boxed{\text{チ}} p - \boxed{\text{ツ}}}$ となる。

問題 **2** , **3** の解答は解答用紙に記入しなさい。

2 平面上の点 (x, y) が放物線 $C: y = x^2$ の上を動くとき、 $x' = ax$,
 $y' = ay + a + 4$ で与えられる点 (x', y') の軌跡を C' とする。
ただし、 $a > 1$ とする。

- (1) 曲線 C' の方程式を求めよ。
- (2) C と C' の交点を求めよ。
- (3) C と C' で囲まれる図形の面積を求めよ。
- (4) (3)で求めた面積を最小にする a の値と、そのときの面積を求めよ。

(30 点)

3

実数 t に対して、 $f(x) = tx - x \log x$ ($x > 0$) とおき、曲線 $y = f(x)$ を C とする。(ただし、対数は自然対数である。) 曲線 C 上の点のうち y 座標が最大となる点を P とし、 P の x 座標を p とする。また、 C と x 軸との交点を $Q(q, 0)$ とする。

(1) p, q を求めよ。

(2) $\int_p^q f(x) dx$ を計算して、 t の式で表せ。

(3) 実数 t が n から $n + 1$ まで動くとき、曲線 C の弧 PQ (曲線 C の P から Q までの部分) が通過してできる領域を図示し、その面積を求めよ。

(30 点)