

Q 1 数 学

この冊子は、数学の問題で 1 ページより 12 ページまであります。

〔注 意〕

- (1) 試験開始の指示があるまで、この冊子を開いてはいけません。
また、解答用紙は机の上に裏返しにしておきなさい。
- (2) 試験開始の指示があったら、直ちに解答用紙に志望学科・受験番号を記入し、解答用マークカードには受験番号および氏名を記入し、さらに受験番号・志望学科をマークしなさい。その後、問題冊子のページ数を確認しなさい。
- (3) 解答は所定の解答用紙に記入したものおよび解答用マークカードにマークしたものだけが採点されます。
- (4) 解答用マークカードについて
 - ① 解答用マークカードは絶対に折り曲げてはいけません。
 - ② マークには黒鉛筆(HBまたはB)を使用しなさい。指定の黒鉛筆以外でマークした場合は採点されません。
 - ③ 誤ってマークした場合は消しゴムでていねいに消し、消し屑を完全に取り除いた上、新たにマークし直しなさい。
 - ④ マークは縦 1 列について 1 箇所に限ります。2 箇所以上マークすると採点されません。あいまいなマークは無効となるので、はっきりマークしなさい。
- (5) 問題冊子は、試験終了後、持ち帰りなさい。

- 1 次の(1)から(4)において、(ア)から(ヒ)の にあてはまる 0 から 9 までの整数を求めて、解答用マークカードの指定された列にあるその数をマークせよ。ただし分数は既約分数として表すものとする。また、 は 1 桁の数、 は 2 桁の数である。 (40 点)

(1) e を自然対数の底とすると、

$$\int_1^e \log x \, dx = \text{(ア)}$$

である。また、関数 $\log x^2 - (\log x)^2 + 1$ の $x > 0$ における最大値は である。そして

$$\int_1^e (\log x^2 - (\log x)^2 + 1) \, dx = \text{(ウ)}$$

である。

- (2) 放物線 $C_1 : y = x^2 + a$ の、点 $(2, 4 + a)$ における接線 ℓ は原点を通過している。この条件から $a = \boxed{\text{エ}}$ であることが分かる。また、別の放物線 $C_2 : x = by^2 + c$ も点 $(2, 4 + a)$ を通り、そこでの接線はやはり ℓ である。この条件より $b = \frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}} \mid \boxed{\text{キ}}}$ 、 $c = \boxed{\text{ク}}$ であることが分かる。このとき、 C_1 と ℓ と y 軸で囲まれる部分の面積を S_1 、 C_2 と ℓ と x 軸で囲まれる部分の面積を S_2 とすると、 $S_1 = \frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}$ 、 $S_2 = \frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}}$ である。

- (3) 長さ 1 の線分 AB を直径とする円 C を考え、C 上の、A、B と異なる点 P をとり、P から AB へおろした垂線を PQ とする。∠PAB を θ とすると、

△APQ の面積は $\theta = \frac{\pi}{\boxed{\text{ズ}}}$ のとき最大値 $\frac{\boxed{\text{セ}}\sqrt{\boxed{\text{ソ}}}}{\boxed{\text{タ}} \cdot \boxed{\text{チ}}}$ をとる。また、線分

PQ, QB の長さの和は $\theta = \frac{\boxed{\text{ツ}}\pi}{\boxed{\text{テ}}}$ のとき最大値 $\frac{\boxed{\text{ト}} + \sqrt{\boxed{\text{ナ}}}}{\boxed{\text{ニ}}}$ をとる。

(4) A は次の 2 つの条件 (i), (ii) をみたす、複素数からなる空でない集合とする：

(i) A は 0 を含まない。

(ii) x が A に含まれるならば、 $1 - \frac{1}{x}$ も A に含まれる。

このとき、要素の個数が 1 であるような A は、

$$\left\{ \frac{\boxed{\text{ア}} + \sqrt{\boxed{\text{ネ}}}i}{\boxed{\text{イ}}} \right\}, \left\{ \frac{\boxed{\text{ア}} - \sqrt{\boxed{\text{ネ}}}i}{\boxed{\text{イ}}} \right\}$$

の 2 種類のみである。ただしここで i は虚数単位を表す。また、要素の個数が 2 であるような A は全部で $\boxed{\text{イ}}$ 種類である。そして、 A が実数だけからなる有限集合の場合は、 A の要素の個数は $\boxed{\text{ヒ}}$ の倍数である。

問題 **2** , **3** の解答は解答用紙に記入しなさい。

2 次の各問に答えよ。

(30 点)

- (1) 座標平面上の双曲線 $x^2 - y^2 = 1$ 上の点 (x_0, y_0) における接線に原点から下ろした垂線とこの接線との交点を (x_1, y_1) とする。
- (a) このとき x_0, y_0 を x_1, y_1 で表せ。
- (b) 点 (x_0, y_0) が双曲線 $x^2 - y^2 = 1$ の上を動くとき点 (x_1, y_1) の描く曲線 C_1 の方程式を求めよ。
- (c) 点 (x_0, y_0) が双曲線 $x^2 - y^2 = 1$ 上の $x > 0$ の部分を動くとき、 y_1 の最大値とそのときの x_0, y_0 を求めよ。
- (2) $a, b > 0$ として、2点 $(-a, 0), (a, 0)$ からの距離の積が b となるような点 P の描く曲線を C_2 とする。曲線 C_2 の方程式が曲線 C_1 の方程式と等しくなるような a, b を求めよ。