

R 1 数 学

この冊子は、数学の問題で 1 ページより 10 ページまであります。

〔注 意〕

- (1) 試験開始の指示があるまで、この冊子を開いてはいけません。
また、解答用紙は机の上に裏返しにしておきなさい。
- (2) 試験開始の指示があったら、直ちに解答用紙に志望学科・受験番号を記入し、解答用マークカードには受験番号および氏名を記入し、さらに受験番号・志望学科をマークしなさい。その後、問題冊子のページ数を確認しなさい。
- (3) 解答は所定の解答用紙に記入したものおよび解答用マークカードにマークしたものだけが採点されます。
- (4) 解答用マークカードについて
 - ① 解答用マークカードは絶対に折り曲げてはいけません。
 - ② マークには黒鉛筆(HBまたはB)を使用しなさい。指定の黒鉛筆以外でマークした場合は採点されません。
 - ③ 誤ってマークした場合は消しゴムでていねいに消し、消し屑を完全に取り除いた上、新たにマークし直しなさい。
 - ④ マークは縦 1 列について 1 箇所に限ります。2 箇所以上マークすると採点されません。あいまいなマークは無効となるので、はっきりマークしなさい。
- (5) 問題冊子は、試験終了後、持ち帰りなさい。

- 1 次の(1)から(3)において、 内の(ア)から(ト)にあてはまる 0 から 9 までの整数を求めて、その数を解答用マークカードの指定された列にマークせよ。ただし分数は既約分数として表すものとする。なお、(3)では(セ)(チ)は解答群 I から、(ソ)(タ)(ツ)(テ)(ト)は解答群 II からそれぞれ選べ。(40 点)

(1) a, b を正の数とする。

$$(\log_{10} ax)(\log_{10} bx) + 1 = 0$$

を満たす正の実数 x があるとき、 $\frac{a}{b}$ の範囲は

$$\frac{a}{b} \geq 10^{\text{(ア)}} \quad \text{または} \quad 0 < \frac{a}{b} \leq 10^{-\text{(イ)}}$$

である。

(2) a, b, c を x についての 3 次方程式

$$x^3 + px^2 + qx + r = 0$$

の解とし,

$$T_n = a^n + b^n + c^n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

とおく。このとき

$$ab + bc + ca = \frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}} T_1 \boxed{\text{オ}} - \frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}} T_2 \boxed{\text{ク}}$$

という関係が成り立つ。さらに

$$T_1 = 3, T_2 = 5, T_3 = 7$$

とすれば, p, q, r の値はそれぞれ

$$p = -\boxed{\text{ケ}}, q = \boxed{\text{コ}}, r = \frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}}$$

と定まる。また, T_4 の値は

$$T_4 = \boxed{\text{ズ}}$$

となる。

- (3) (セ)(チ)にあてはまるものを解答群Ⅰから、(ノ)(タ)(ツ)(テ)(ト)にあてはまるものを解答群Ⅱからそれぞれ選び、その番号を解答用マークカードの指定された列にマークせよ。

a, b は $a > b > 0$ を満たす定数, θ は $0 \leq \theta \leq \pi$ を満たす変数のとき, 関数

$$f(\theta) = \sqrt{a \cos^2 \theta + b \sin^2 \theta} + \sqrt{a \sin^2 \theta + b \cos^2 \theta}$$

の最大値は (セ) で, そのときの θ の値は小さい順に並べれば $\theta =$ (ノ) π , $\theta =$ (タ) π である。また $f(\theta)$ の最小値は (チ) で, そのときの θ の値は小さい順に並べれば $\theta =$ (ツ) π , $\theta =$ (テ) π , $\theta =$ (ト) π である。

解答群Ⅰ (セ)(チ)用)

0 $\sqrt{a-b}$	3 $\frac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{2}$	6 $\frac{\sqrt{2a+b} + \sqrt{2a-b}}{2}$
1 $\frac{\sqrt{a-b}}{2}$	4 $\sqrt{a+b}$	7 $\frac{\sqrt{2a+b} + \sqrt{a+2b}}{2}$
2 $\sqrt{a} + \sqrt{b}$	5 $\sqrt{2(a+b)}$	8 $\sqrt{3a+b} + \sqrt{a+3b}$
		9 $\sqrt{a+b} + \sqrt{a-b}$

解答群Ⅱ (ノ)(タ)(ツ)(テ)(ト)用)

0 0	3 $\frac{1}{3}$	6 $\frac{3}{4}$
1 $\frac{1}{6}$	4 $\frac{1}{2}$	7 $\frac{5}{6}$
2 $\frac{1}{4}$	5 $\frac{2}{3}$	8 1

問題 **2**, **3** の解答は解答用紙に記入しなさい。

2 t を実数とする。3点 $A(-1, -2)$, $B(t-1, -3)$, $C(1, t-2)$ を頂点とする三角形 ABC の面積を $S_1(t)$, この三角形の外接円の面積を $S_2(t)$, 内接円の面積を $S_3(t)$ としたとき, 次の問いに答えよ。 (30 点)

(1) $\angle CAB = \theta$ としたとき, $\cos \theta$ を t を用いて表せ。

(2) $S_1(t)$ を t を用いて表せ。

(3) $S_2(2)$ の値を求めよ。

(4) $\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{S_2(t)}{S_1(t)}$ の値を求めよ。

(5) $\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{S_3(t)}{S_2(t)}$ の値を求めよ。

3 $0 < s < 1$ のとき, 行列 A, B, C をそれぞれ

$$A = \begin{pmatrix} 3s + \frac{1}{s} & \sqrt{3} \left(\frac{1}{s} - s \right) \\ \sqrt{3} \left(\frac{1}{s} - s \right) & s + \frac{3}{s} \end{pmatrix},$$

$$B = \begin{pmatrix} 1 \\ \sqrt{3} \end{pmatrix}, \quad C = (1 \quad \sqrt{3})$$

とする。このとき以下の問いに答えよ。

(30 点)

(1) A の逆行列 A^{-1} を求めよ。

(2) $D = A - \frac{1}{s(s+1)} BC$ を求めよ。

(3) $F = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ -\frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} D \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$ としたとき,

$F = \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix}$ になるという。 a, b を求めよ。

(4) $F + F^2 + F^3 + \cdots + F^n = \begin{pmatrix} p_n & 0 \\ 0 & q_n \end{pmatrix}$ としたとき, p_n, q_n をそれぞれ求めよ。

(5) $f(s) = \lim_{n \rightarrow \infty} (p_n + q_n)$ とおいたとき, $f(s)$ の最小値とそのときの s の値を求めよ。