

R 2 数 学

この冊子は、数学の問題で 1 ページより 4 ページまであります。

〔注 意〕

- (1) 試験開始の指示があるまで、この冊子を開いてはいけません。
また、解答用紙は机の上に裏返しにしておきなさい。
- (2) 試験開始の指示があったら、直ちに解答用紙に志望学科・受験番号を記入し、
その後、問題冊子のページ数を確認しなさい。
- (3) 解答は所定の解答用紙に記入したものが採点されます。
- (4) 問題冊子は、試験終了後、持ち帰りなさい。

1 $n = 0, 1, 2, \dots$ に対して

$$S_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^x x^n \sin x \, dx, \quad C_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^x x^n \cos x \, dx$$

とおく。ただし、 e は自然対数の底である。このとき、以下の問いに答えよ。

(50 点)

(1) S_0, C_0 の値をそれぞれ求めよ。

(2) $n \geq 1$ のとき、 S_n を S_{n-1}, C_{n-1} を用いて、また、 C_n を S_{n-1}, C_{n-1} を用いてそれぞれ表せ。さらに、 S_1 と C_1 の値を求めよ。

(3) 次の式

$$f(x) = \int_0^x t(\sin t - \cos t) \, dt + \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^t f(t) \, dt$$

を満たす $f(x)$ を求めよ。

2 ${}_nC_r$ を二項係数とするとき、次の和を求めよ。

(50 点)

$$(1) {}_nC_0 + {}_nC_1 + {}_nC_2 + \cdots + {}_nC_n$$

$$(2) {}_nC_0 + 2{}_nC_1 + 3{}_nC_2 + \cdots + (n+1){}_nC_n$$

$$(3) {}_nC_0 + \frac{1}{2}{}_nC_1 + \frac{1}{3}{}_nC_2 + \cdots + \frac{1}{n+1}{}_nC_n$$

$$(4) \frac{1}{2}{}_nC_0 + \frac{1}{3}{}_nC_1 + \frac{1}{4}{}_nC_2 + \cdots + \frac{1}{n+2}{}_nC_n$$

$$(5) ({}_nC_0)^2 + ({}_nC_1)^2 + ({}_nC_2)^2 + \cdots + ({}_nC_n)^2$$