

D 1 数 学

この冊子は、数学の問題で 1 ページより 10 ページまであります。

〔注 意〕

- (1) 試験開始の指示があるまで、この冊子を開いてはいけません。
- (2) 試験開始の指示があったら、直ちに解答用マークカードに受験番号および氏名を記入し、さらに受験番号・志望学科をマークしなさい。その後、問題冊子のページ数を確認しなさい。
- (3) 解答は所定の解答用マークカードにマークしたものが採点されます。
- (4) 解答用マークカードについて
 - ① 解答用マークカードは絶対に折り曲げてはいけません。
 - ② マークには黒鉛筆(HBまたはB)を使用しなさい。指定の黒鉛筆以外でマークした場合は採点されません。
 - ③ 誤ってマークした場合は消しゴムでていねいに消し、消し屑を完全に取り除いた上、新たにマークし直しなさい。
 - ④ マークは縦 1 列について 1 箇所に限ります。2 箇所以上マークすると採点されません。あいまいなマークは無効となるので、はっきりマークしなさい。
- (5) 問題冊子は、試験終了後、持ち帰りなさい。

- 1 次の文において、☐ 内の (ア), (イ) は解答群 I から, (ウ), (エ) は解答群 II から, (カ), (キ) は解答群 III からそれぞれあてはまる番号を選んで, その番号を解答用マークカードの指定された列にマークせよ。ただし分数は既約分数として表すものとする。 (15 点)

$\triangle ABC$ において頂点 A, B, C に対する辺 BC, CA, AB の長さをそれぞれ a, b, c で表し, $\angle A, \angle B, \angle C$ の大きさをそれぞれ A, B, C で表す。

- (1) $\sin A = 2 \cos B \sin C$ を満たす $\triangle ABC$ の形を求めよう。まず正弦定理と余弦定理を利用して $\sin A = 2 \cos B \sin C$ を変形すれば

$$a = 2c \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$$

が得られる。これを整理すれば $\boxed{\text{ウ}}$ となるので, $\triangle ABC$ の形は $\boxed{\text{エ}}$ であることがわかる。

- (2) $\triangle ABC$ が

$$\sin C(\cos A + \cos B) = \sin A + \sin B$$

を満たすとき, (1)と同様に正弦定理と余弦定理を用いて条件式を変形して整理すれば, $\boxed{\text{カ}}$ となるので, $\triangle ABC$ の形は $\boxed{\text{キ}}$ であることがわかる。

解答群 I (ア) (イ) 用)

0 $a^2 + b^2 - c^2$

3 $2ab$

6 ab

1 $b^2 + c^2 - a^2$

4 $2bc$

7 bc

2 $c^2 + a^2 - b^2$

5 $2ca$

8 ca

解答群Ⅱ (ウ)(オ)用)

0 $a^2 + b^2 = c^2$

1 $b^2 + c^2 = a^2$

2 $c^2 + a^2 = b^2$

3 $a = b$

4 $b = c$

5 $c = a$

6 $a = b = c$

解答群Ⅲ (エ)(カ)用)

0 $a = b$ である二等辺三角形

1 $b = c$ である二等辺三角形

2 $c = a$ である二等辺三角形

3 $\angle A$ が直角である直角三角形

4 $\angle B$ が直角である直角三角形

5 $\angle C$ が直角である直角三角形

6 正三角形

解 答 用 メ モ 欄

これは下書き用です。正式な解答は解答用マークカードにマークしなさい。

①					
(1)				(2)	
(ア)	(イ)	(ウ)	(エ)	(オ)	(カ)

- 2 次の文において、 内の(ア)から(チ)にあてはまる0から9までの整数を求めて、その数を解答用マークカードの指定された列にマークせよ。ただし分数は既約分数として表すものとする。(25点)

x の関数

$$f(x) = |2x^2 - 7x + 3| + x - 1$$

について考える。

$f(x)$ は $x = a$ と $x = b$ ($a < b$) で極小値をもつ。すなわち、

$$a = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}} \text{ のとき極小値 } -\frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}} \text{ をとり、}$$

$$b = \boxed{\text{オ}} \text{ のとき極小値 } \boxed{\text{カ}} \text{ をとる。}$$

また、 $f(x)$ は $x = \boxed{\text{キ}}$ のとき極大値 $\boxed{\text{ク}}$ をとる。

曲線 $y = f(x)$ 上の点 $(1, f(1))$ における接線 ℓ の方程式は

$$y = \boxed{\text{ケ}}x - \boxed{\text{コ}}$$

である。このとき、曲線 $y = f(x)$ と接線 ℓ との、接点以外の交点の x 座標を $x = c$, $x = d$ ($c < d$) とおくと

$$d = \frac{\boxed{\text{サ}} + \sqrt{\boxed{\text{シ}} \boxed{\text{ス}}}}{\boxed{\text{セ}}}$$

である。

さらに $1 \leq x \leq b$ の範囲で曲線 $y = f(x)$ と接線 ℓ とではさまれた部分の面積は

$$\frac{\boxed{\text{ソ}} \boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チ}}} \text{ である。}$$

3 次の文において にあてはまるものを、(イ)は解答群(I)から、(ロ)と(ハ)は解答群(II)から、(ニ)は解答群(III)から選び、その番号を解答用マークカードにマークせよ。また、 内の(ア)から(ク)には、あてはまる0から9までの整数を求めて、その数を解答用マークカードの指定された列にマークせよ。

(25点)

x についての2次方程式

$$x^2 - mnx + n + 2 = 0 \quad (i)$$

が自然数の解のみをもつような自然数の組 (m, n) を求めることを考える。

方程式(i)の自然数の解を α, β とすると、

$$\alpha + \beta = \text{[15]}, \quad \alpha\beta = \text{[15]}$$

が成り立ち、これより

$$(\alpha - 1)(\beta - 1) = (\text{[15]})n + 3 \quad (ii)$$

という関係が導かれる。 α, β は自然数であることから、

$$(\text{[15]})n + 3 \text{ [15]} 0 \quad (iii)$$

という式が得られる。

たとえば、 $m = 1$ のとき、式(ii)よりそのときの方程式(i)の解は [15] と [15] であり、したがって、 $n = \text{[15]}$ である(ただし、 $\text{[15]} < \text{[15]}$)。また、 $m \geq \text{[15]}$ であれば、式(iii)を満たす n は存在しない。

このように考えを進めていくと、方程式(i)が自然数の解を持つような自然数の組 (m, n) は全部で、 [15] 組あることがわかる。また、方程式(i)を満たす自然数の解の中で最大のものは [15] で、それは $m = \text{[15]}$ 、 $n = \text{[15]}$ のときである。

解答群(I) (15用)

0	m	3	$-n$	6	0
1	n	4	mn	7	$2mn$
2	$-m$	5	$-mn$	8	$m+n$
				9	$m-n$

原点 0 から出発して数直線上を次の規則に従って動く点 Q がある。

「さいころを投げて、3 以下の目が出たら、点 Q は正の方向へ 2 だけ動き、4 か 5 の目が出たら、正の方向へ 1 だけ動き、6 の目が出たときは動かない。」

さいころを k 回投げ終わったとき、点 Q が数直線上の 1 の地点にいるという事象を A_k 、2 の地点にいるという事象を B_k とする。また、さいころを k 回投げて、 k 回目に初めて 3 の地点にいるという事象を C_k とする。

このとき、次の $\square$ 内の(ア)から(ト)にあてはまる 0 から 9 までの整数を求めて、その数を解答用マークカードの指定された列にマークせよ。ただし分数は既約分数として表すものとする。また、空欄は整数の桁に応じて 3 種類あり、 $\square$ は 1 桁の数、 $\square\square$ は 2 桁の数、 $\square\square\square$ は 3 桁の数を表すものとする。さらに、 $P(E)$ は事象 E の確率を表すものとする。 (20 点)

$$(1) P(A_1) = \frac{\square(ア)}{\square(イ)}, P(B_1) = \frac{\square(ウ)}{\square(エ)}, P(C_1) = \square(オ)$$

$$(2) P(A_2) = \frac{\square(カ)}{\square(キ)}, P(B_2) = \frac{\square(ク)}{\square(ケ)\square(コ)}, P(C_2) = \frac{\square(サ)}{\square(シ)}$$

$$(3) k \geq 2 \text{ のとき, } P(C_k) = \frac{\square(ズ)}{\square(セ)} P(A_{k-1}) + \frac{\square(ゾ)}{\square(タ)} P(B_{k-1})$$

$$(4) P(C_4) = \frac{\square(チ)}{\square(ツ)\square(テ)\square(ト)}$$

- 5 次の文において、(ア)から(シ)の $\square$ にあてはまる0から9までの整数を求めて、解答用マークカードの指定された列にあるその数をマークせよ。(15点)

数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ は $a_n, b_n > 0$ で、漸化式

$$a_{n+1} = a_n^4 b_n, \quad b_{n+1} = \frac{b_n}{a_n^2}$$

を満たしているものとする。このとき、 $\{a_n\}$ は

$$a_{n+2} = \frac{a_{n+1}^{(\text{ア})}}{a_n^{(\text{イ})}}$$

という漸化式を満たす。 $c_n = \log a_n$ と置くと、これから c_n についての2つの漸化式

$$\begin{aligned} c_{n+2} - (\text{ウ}) c_{n+1} &= (\text{エ}) (c_{n+1} - (\text{ウ}) c_n) \\ c_{n+2} - (\text{オ}) c_{n+1} &= (\text{カ}) (c_{n+1} - (\text{オ}) c_n) \end{aligned}$$

が成り立つことが分かる(ただし、 $(\text{ウ}) < (\text{オ})$)。これらより2以上の n に対して

$$c_n = \left((\text{キ})^{n-1} - (\text{ク})^{n-1} \right) c_2 - \left((\text{ケ}) \times (\text{コ})^{n-1} - (\text{サ}) \times (\text{シ})^{n-1} \right) c_1$$

が得られる。