

A 1 数 学

この冊子は、数学の問題で1ページより13ページまであります。

〔注 意〕

- (1) 試験開始の指示があるまで、この冊子を開いてはいけません。
また、解答用紙は机の上に裏返しにしておきなさい。
- (2) 試験開始の指示があったら、直ちに解答用紙に志望学科・受験番号を記入し、解答用マークカードには受験番号および氏名を記入し、さらに受験番号・志望学科をマークしなさい。その後、問題冊子のページ数を確認しなさい。
- (3) 解答は所定の解答用紙に記入したものおよび解答用マークカードにマークしたものだけが採点されます。
- (4) 解答用マークカードについて
 - ① 解答用マークカードは絶対に折り曲げてはいけません。
 - ② マークには黒鉛筆(HBまたはB)を使用しなさい。指定の黒鉛筆以外でマークした場合は採点されません。
 - ③ 誤ってマークした場合は消しゴムでていねいに消し、消し屑を完全に取り除いた上、新たにマークし直しなさい。
 - ④ マークは縦1列について1箇所に限ります。2箇所以上マークすると採点されません。あいまいなマークは無効となるので、はっきりマークしなさい。
- (5) 問題冊子は、試験終了後、持ち帰りなさい。

- 1** 次の問題(1), (2), (3), (4), (5)については, 各問の解答をそれぞれの下に示されている表の中から選び, その番号を解答用マークカードにマークしなさい。

(40 点)

(1) x に関する 3 次方程式

$$x^3 - 36x - a = 0$$

は 3 つの実数解を持ち, そのうち少なくとも 1 つは偶数である。このとき, 定数 a は何通りの値を取り得るか。解答は表 1 の中から選べ。

表 1

番 号	解 答
0	10 通り以上
1	1 通り
2	2 通り
3	3 通り
4	4 通り
5	5 通り
6	6 通り
7	7 通り
8	8 通り
9	9 通り

(2) 複素数 z と w が、関係式

$$(z + a)w = 2bz$$

を満たす。ただし、 a と b は実数であり、 $a > 0$ 、 $b \neq 0$ とする。

(a) w の虚部を 1 とし、実部を任意の値とすると、複素数平面上における z の軌跡を求め、その軌跡の全ての点を含む図形の記述を、表 2 の中から 1 つ選べ。

(b) i を虚数単位とすると、(a) で求めた軌跡が i と $1 + 2i$ を通るように、 a と b の値を決定せよ。解答は、正しい値の組合せを、表 3 の中から選べ。

表 2

番 号	解 答
0	中心が $-a + bi$ にあって半径 a の円
1	中心が $ab - ai$ にあって半径 b の円
2	中心が $a - bi$ にあって半径 ab の円
3	中心が $-b - ai$ にあって半径 b^2 の円
4	中心が $-a + abi$ にあって半径 ab の円
5	中心が $-ab + bi$ にあって半径 a^2 の円
6	$-a + bi$ と $b - bi$ を通る直線
7	$ab + ai$ と $-b + abi$ を通る直線
8	$a + bi$ と $-a + ai$ を通る直線
9	$ab - ai$ と $b + abi$ を通る直線

表 3

番 号	解 答
0	$a = 3, b = \frac{5}{3}$
1	$a = \frac{2}{3}, b = 2$
2	$a = 1, b = 1$
3	$a = 2, b = \frac{2}{3}$
4	$a = \frac{5}{3}, b = -3$
5	$a = 4, b = \frac{5}{4}$
6	$a = \frac{5}{2}, b = 3$
7	$a = \frac{5}{4}, b = -4$
8	$a = 3, b = \frac{5}{2}$
9	$a = 1, b = -1$

(3) サイコロを3回投げ、1回目、2回目、3回目に出た目の数をそれぞれ n_1, n_2, n_3 とする。平面上のベクトル $\vec{u}_1, \vec{u}_2, \vec{u}_3$ を

$$\vec{u}_i = \left(\cos \frac{n_i \pi}{3}, \sin \frac{n_i \pi}{3} \right) \quad (i = 1, 2, 3)$$

とすると、 $\vec{u}_1 + \vec{u}_2 + \vec{u}_3 = \vec{0}$ となる確率を求めよ。解答は、表4の中から選べ。

表 4

番 号	解 答
0	1
1	$\frac{1}{2}$
2	$\frac{1}{3}$
3	$\frac{1}{6}$
4	$\frac{1}{12}$
5	$\frac{1}{18}$
6	$\frac{1}{36}$
7	$\frac{1}{54}$
8	$\frac{1}{108}$
9	$\frac{1}{216}$

- (4) x に関する多項式 $\sum_{k=1}^n (1+x)^k$ の x^7, x^8, x^9 の係数が、この順で等差数列をなす。このとき、 n の値は2つあって a と b ($a < b$) である。 a と b を求めよ。 a は表5の中から選び、 b は表6の中から選べ。

表 5

番 号 解 答

0 10

1 11

2 12

3 13

4 14

5 15

6 16

7 17

8 18

9 19

表 6

番 号 解 答

0 20

1 21

2 22

3 23

4 24

5 25

6 26

7 27

8 28

9 29

- (5) 直角三角形 ABC があり, $\angle C = \angle R$ (直角), $BC = x$, $CA = 1$ である。
 辺 CA を $\sqrt{2} : \sqrt{3}$ に内分する点を D とし, $\angle CBD = \alpha$, $\angle DBA = \beta$ とおく。

(a) $\frac{\tan \beta}{\tan \alpha}$ の値を求めよ。解答は表 7 の中から選べ。

(b) x が限りなく大きくなるとき, $\frac{\beta}{\alpha}$ はどのような値に近づくか。解答は表 8 の中から選べ。

表 7

番 号	解 答
0	$\frac{\sqrt{3}x}{3 + \sqrt{2}x}$
1	$\frac{\sqrt{2}x}{2 + \sqrt{3}x}$
2	$\frac{(\sqrt{2} + \sqrt{3})x}{3 + (\sqrt{2} + \sqrt{3})x}$
3	$\frac{(\sqrt{2} + \sqrt{3})x}{2 + (\sqrt{2} + \sqrt{3})x}$
4	$\frac{(3 + \sqrt{6})x}{3 + (2 + \sqrt{6})x}$
5	$\frac{(2 + \sqrt{6})x}{2 + (3 + \sqrt{6})x}$
6	$\frac{(2 + \sqrt{6})x^2}{3 + (3 + \sqrt{6})x^2}$
7	$\frac{(3 + \sqrt{6})x^2}{2 + (2 + \sqrt{6})x^2}$
8	$\frac{(5 + \sqrt{6})x^2}{3 + (5 + \sqrt{6})x^2}$
9	$\frac{(5 + \sqrt{6})x^2}{2 + (5 + \sqrt{6})x^2}$

表 8

番 号	解 答
0	0
1	1
2	$\frac{3}{2}$
3	$\sqrt{2}$
4	$\sqrt{3}$
5	$\sqrt{6}$
6	$\frac{\sqrt{6}}{3}$
7	$\frac{\sqrt{6}}{2}$
8	$\frac{2 + \sqrt{6}}{3}$
9	$\frac{3 + \sqrt{6}}{2}$

問題 2 , 3 の解答は解答用紙に記入しなさい。

2 平面上の点 O, A, B が同一直線上にないとき、線分 AB を $3 : 2$ に内分する点を C 、線分 AB を $3 : 2$ に外分する点を D とする。 $0 < x < 1$ とし、線分 OA を $x : (1 - x)$ に内分する点を P 、線分 OC と線分 BP の交点を Q とする。線分 AQ の延長と線分 OD の交点を R とし、 $OR : RD = y : (1 - y)$ とする。ただし、 $0 < y < 1$ とする。また、 $\overrightarrow{OA}$ を $\vec{a}$ 、 $\overrightarrow{OB}$ を $\vec{b}$ で表す。 (30 点)

- (1) $\overrightarrow{OQ}$ を $\vec{a}, \vec{b}, x$ を用いて表せ。
- (2) y を x を用いて表せ。
- (3) $\overrightarrow{OC}$ と $\overrightarrow{RB}$ が平行になるときの x の値を求めよ。
- (4) 三角形 APR の面積が最大になるときの x の値を求めよ。

3 xy 平面上に円 $C_1: x^2 + y^2 = 1$ と放物線 $C_2: x^2 - 8y + 19 = 0$ がある。
直線 $l_1: y = ax + b$ ($a > 0, b > 0$) は C_1 と C_2 に接する。また、半径 2 の
円 C_3 があって、 C_3 は l_1 と直線 $l_2: x = 1$ に接する。ただし、 C_3 は x 軸と交
わり、かつ C_3 の中心は第 1 象限にある。(30 点)

- (1) a, b の値を求めよ。
- (2) C_3 の中心の座標を求めよ。
- (3) C_3 と x 軸で囲まれ、 $y \leq 0$ の領域にある図形を x 軸のまわりに回転してで
きる回転体の体積を求めよ。
- (4) C_1 上を動く点 P と C_3 上を動く点 Q がある。 P は、時刻 $t = 0$ で
($-1, 0$) を出発し、 C_1 上を一定の速さで反時計方向に 1 回転し、 $t = 2\pi$ で
($-1, 0$) に戻る。また、 C_3 が l_2 に接する点を A とするとき、 Q は、 $t = 0$
で A を出発し、 C_3 上を一定の速さで反時計方向に 1 回転し、 $t = 2\pi$ で A に
戻る。このとき、線分 PQ の中点が描く軌跡を求めよ。