

1 次の(1), (2)において, にあてはまる正の整数を求めよ。そして,
 内のカタカナにあてはまる 0 から 9 までの数字をそれぞれ解答用マ
クシートにマークせよ。ただし, 分数は既約分数として表すことにする。

(30 点)

- (1) 1 辺の長さが 1 の正 6 角形の各頂点に, 1 から 6 までの番号を 1 つずつふ
る。そして, 番号 1 から番号 6 までの頂点について, 1 つ違いの番号をもつ頂
点どうしを線分でむすぶ。さらに番号 6 の頂点と番号 1 の頂点を線分でむす
び, 合計 6 本の線分を作る。このとき, 6 本の線分の長さの総和は, 負でない
整数 a, b を用いて $a + b\sqrt{3}$ と表される。

例えば, 反時計回りに 1, 6, 2, 4, 3, 5 という順あるいは 1, 6,
2, 5, 3, 4 という順で番号がふられた場合, 線分の長さの総和はともに
 $2 + 4\sqrt{3}$ である。

- (a) b がとり得るもっとも大きい値は ア である。

- (b) b の値が 0 であり, 長さ 2 の線分が 3 本現れる確率は $\frac{\text{イ}}{\text{ウ} + \text{エ}}$ であ

る。 b の値が 0 であり, 長さ 2 の線分が 2 本現れる確率は $\frac{\text{オ}}{\text{カ} + \text{キ}}$ であ

る。これらに, b の値が 0 であり, 長さ 2 の線分が現れない確率を加えて,

b の値が 0 である確率 $\frac{\text{ク}}{\text{ケ} + \text{コ}}$ を得る。

- (c) b の値がもっとも大きい値であり, 長さ 2 の線分が現れない確率は

$\frac{\text{サ}}{\text{シ} + \text{ス}}$ であることがわかる。この確率に, b の値がもっとも大きく長さ

2 の線分が 1 本現れる確率と, b の値がもっとも大きく長さ 2 の線分が 2 本
現れる確率を加えることにより, b の値がもっとも大きい値をとる確率

$\frac{\text{セ}}{\text{ソ} + \text{タ}}$ を得る。

(2) $\{x_n\}$, $\{y_n\}$, $\{z_n\}$, $\{w_n\}$ は、一般項が正の数である等比数列とする。

(a) $\{x_n\}$ は初項 $\frac{3}{4}$ で公比 $\frac{3}{5}$, $\{y_n\}$ は初項 $\frac{4}{5}$ で公比 $\frac{\text{チ}}{\text{ツ}}$, $\{z_n\}$ は初

項 $\frac{\text{テ}}{\text{ト}}$ で公比 $\frac{2}{5}$ とすると、各自然数 n に対して

$$\frac{1}{a_n} + \frac{1}{b_n} = \frac{1}{c_n}, \quad (x_n)^{a_n} = (y_n)^{b_n} = (z_n)^{c_n}$$

という式が同時に成立するような 0 ではない実数 a_n , b_n , c_n が存在する。

(b) (a)の $\{x_n\}$, $\{y_n\}$ に対して, $\{w_n\}$ が初項 $\frac{3}{5}$ で公比 $\frac{\text{ナニ}}{\text{ヌネ}}$ ならば,

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{e} = \frac{1}{f}, \quad \left(\sum_{n=1}^{\infty} x_n\right)^d = \left(\sum_{n=1}^{\infty} y_n\right)^e = \left(\sum_{n=1}^{\infty} w_n\right)^f$$

という式が同時に成立するような 0 ではない実数 d , e , f が存在する。

問題 **2** の解答は解答用紙に記入せよ。

2 座標平面上に曲線 C_1 :

$$y^2 = 26 - 19(e^x + e^{-x}) + 7(e^{2x} + e^{-2x}) - (e^{3x} + e^{-3x})$$

と曲線 C_2 :

$$y^2 = 4(x^2 - 2x^3)$$

が与えられている。ただし、 $x \geq 0$ とする。

(1) 曲線 C_2 上の点 P における接線が x 軸と平行になるとき、 P の座標を求めよ。

(2) $t = \frac{e^x + e^{-x}}{2} - 1$ とおく。点 (x, y) が曲線 C_1 上にあるとき、 y^2 を t の式で表せ。

(3) 曲線 C_1 と x 軸との交点の x 座標の値を α とする。 $\frac{e^\alpha - e^{-\alpha}}{2}$ の値をすべて求めよ。

(4) 曲線 C_1 で囲まれた図形を x 軸のまわりに 1 回転してできる立体の体積を求めよ。

(40 点)

問題 **3** の解答は解答用紙に記入せよ。

3 複素数平面上の点 z と点 $w = \frac{z \cos \theta + \sin \theta}{-z \sin \theta + \cos \theta}$ を考える。ただし、 $z \neq \frac{\cos \theta}{\sin \theta}$ とし、(1)と(2)においては、 θ は $0 < \theta < \pi$ をみたす定数とする。

(1) $w = z$ となる複素数 z をすべて求めよ。

以下の問題では、点 w の描く図形は、 w の実部を u 虚部を v として、 u と v を用いて、図形の特徴が分かるように整理したもので答えよ。

(2) z が、虚部が1であるように動くとき、点 w の描く図形を求めよ。

(3) $z = 2i$ とする。 θ が $0 < \theta < \pi$ をみたす範囲を動くとき、点 w の描く図形を求めよ。

(30点)