

1 次の(1), (2), (3)において, 内の1つのカタカナに0から9までの数字が1つあてはまる。その数字を解答用マークシートにマークしなさい。与えられた桁数より少ない桁の数があてはまる場合は, 上位の桁を0として, 右に詰めた数値としなさい。また, 分数は既約分数とし, 値が整数の場合は分母を1としなさい。(50点)

(1) $|z_1| = 5$, $|z_2| = 3$ を満たす複素数 z_1, z_2 を考える。

(a) $|z_1 - z_2|$ の最大値は ア であり, 最小値は イ である。

(b) $|z_1 - z_2| = 7$ のとき, $\frac{z_1}{z_2} = -\frac{\text{ウ}}{\text{エ}} \pm \frac{\text{オ}\sqrt{\text{カ}}}{\text{キ}} i$ である。ただし, $i = \sqrt{-1}$ とする。

(2) r 個の同じボールを、1 番から n 番まで番号のついた n 個の箱に入れることを考える。ただし、それぞれの箱は十分大きいので、ボールは何個でも入れられるものとする。

(a) 3 個のボールと 3 個の箱がある場合、ボールの入れ方は全部で

ア	イ
---	---

 通りある。

(b) 4 個のボールと 3 個の箱がある場合、ボールの入れ方は全部で

ウ	エ
---	---

 通りある。

(c) 7 個のボールと 4 個の箱がある場合、ボールの入れ方は全部で

オ	カ	キ
---	---	---

 通りある。

(3) 座標平面において曲線 $y = |x|^3 + 1$ 上の点 $P(t, t^3 + 1)$ と

点 $Q(-\frac{1}{t}, \frac{1}{t^3} + 1)$ ($t > 0$) における 2 本の接線の交点を R とし、

$\angle PRQ = \theta$ ($\theta > 0$) とおく。さらに $t^2 + \frac{1}{t^2} = k$ とする。

(a) $t = 1$ のとき、三角形 PRQ の面積は $\boxed{\text{ア}}$ である。

(b) 線分 PQ の長さを L とすると $L^2 = k \boxed{\text{イ}} - \boxed{\text{ウ}} k$ となる。

(c) $\tan \theta = \frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}} k$ であるので $\tan \theta$ は $t = \boxed{\text{カ}}$ のとき最小値 $\frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}$ をと
る。

(d) $t > 1$ の範囲で $\theta = \frac{\pi}{4}$ となるのは $t^2 = \frac{\boxed{\text{ケ}} + \sqrt{\boxed{\text{コ}}}}{\boxed{\text{サ}}}$ のときであ

る。このとき $t = \frac{\sqrt{\boxed{\text{シ}} \boxed{\text{ス}}} + \sqrt{\boxed{\text{セ}}}}{\boxed{\text{ソ}}}$ である。

問題 **2** , **3** の解答は解答用紙に記入しなさい。

2 次の問いに答えなさい。

(25点)

(1) $x > 0$ で定義された関数 $y = \frac{\log_3 x}{3^x}$ の導関数 y' を求めなさい。

(2) 関数 $f(x) = 1 + \frac{1}{2}ce^{-x}$ において、定数 c は

$$c = \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^t f(t) \sin t \, dt$$

を満たす。このとき c の値を求めなさい。

(3) 行列 $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} (1 \quad 0)$ を求めなさい。

- 3 図のような一辺の長さが1の立方体 ABCD-EFGH において、 $\overrightarrow{EA} = \vec{a}$ 、 $\overrightarrow{EF} = \vec{f}$ 、 $\overrightarrow{EH} = \vec{h}$ とおく。

辺 BA を $BK : KA = t : 1 - t$ ($0 < t < 1$) に内分する点を K とし、辺 HD を $HL : LD = qt : 1 - qt$ ($0 < q < \frac{1}{t}$) に内分する点を L とする。さらに三角形 FKL の重心を P、点 E を始点として P を通る直線が立方体のいずれかの面と交わる点を Q とする。 (25 点)

- (1) ベクトル $\overrightarrow{EP}$ を $\vec{a}$, $\vec{f}$, $\vec{h}$ および q , t で表しなさい。
- (2) 点 Q が面 BCGF 上にあるとき、ベクトル $\overrightarrow{EQ}$ を $\vec{a}$, $\vec{f}$, $\vec{h}$ および q , t で表しなさい。
- (3) 点 Q が辺 BC 上にあるとき、 t の値および比 $BQ : QC$ を q で表しなさい。
- (4) 点 Q が辺 BC 上にあるとき、定数 q を適当に選ぶことによって線分 KQ と線分 LQ が垂直であるようにできる。このとき q が満たす式を求めなさい。

