

問題 **1** の解答は解答用マークシートにマークしなさい。

1 次の文章中の **ア** から **ネ** までに当てはまる数字 0～9 を求めて、解答用マークシートの指定された欄にマークしなさい。ただし、分数は既約分数として表しなさい。(40 点)

(1) $3 \cos 4\theta + 5 \cos 2\theta - 3 = 0$ が成り立つとき、 $\cos 2\theta = \frac{\text{ア}}{\text{イ}}$ であり、

$\cos 4\theta = -\frac{\text{ウ}}{\text{エ}}$ である。このとき $\cos^2 \theta = \frac{\text{オ}}{\text{カ}}$ であり、 $\cos 3\theta$ と $\cos \theta$

との間に $\cos 3\theta = \frac{\text{キ}}{\text{ク}} \cos \theta$ という関係が成り立つ。

(2) $2\sqrt{13}$ の整数部分を a_1 、小数部分を b_1 とおく。さらに $\frac{1}{b_1}$ の整数部分を a_2 、小数部分を b_2 とおく。このとき $a_1 = \text{ケ}$ 、 $a_2 = \text{コ}$ である。 k が有理数で $b_1 + kb_2$ が有理数になるのは $k = -\text{サ}$ のときであって、このとき $b_1 + kb_2 = -\text{シ}$ である。

- (3) x がすべての整数値をうごくとき

$$f(x) = x^4 - (x+1)^4 - (x+2)^4 + (x+3)^4$$

の最小値は ス セ であり、この最小値をあたえる整数 x の値は $-$ ソ および $-$ タ である。

- (4) 1 辺の長さが 1 の正三角形の頂点を反時計回りに A, B, C とする。硬貨を投げて表が出れば反時計回りに、裏が出れば時計回りに、この正三角形の辺上を 1 だけ動く動点 X がある。頂点 A を出発点として硬貨を n 回投げた結果 X がちょうど頂点 A に到達する確率を P_n とする。頂点 A を出発点として硬貨を $n-1$ 回投げた結果 X が頂点 B に到達する確率は、頂点 C に到達する確率と等しく、 $\frac{1 - P_{n-1}}{\text{チ}}$ である。したがって漸化式 $P_n = \frac{1 - P_{n-1}}{\text{ツ}}$ が得

られる。 $P_1 = \text{テ}$ であるから

$$P_n = \frac{\text{ト}}{\text{ナ}} - \frac{\text{ニ}}{\text{ヌ}} \left(-\frac{1}{\text{ネ}} \right)^{n-1}$$

となる。

問題 2 , 3 の解答は解答用紙に記入しなさい。

2 平面上に△OABと点Pがあり、Pは次の式を満たしている。

$$\overrightarrow{PO} + s\overrightarrow{PA} + t\overrightarrow{PB} = \vec{0}$$

ここで s, t は正の実数である。

(1) $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$ として、ベクトル $\overrightarrow{OP}$ を $\vec{a}, \vec{b}$ で表せ。

(2) 2点O, Pを通る直線が辺ABと交わる点をQとすると、ベクトル $\overrightarrow{OQ}$ を $\vec{a}, \vec{b}$ で表せ。

(3) △PABの面積と△OABの面積の比の値を R とおく。 R を求めよ。

(4) 正の実数 s, t が $st = 1$ を満たすとき、(3)における R がとり得る値の範囲を求めよ。

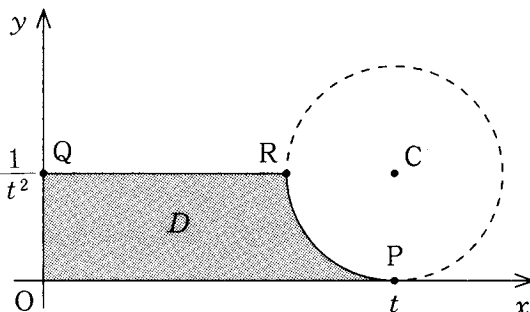
(30点)

- 3 座標平面上の点 $P(t, 0)$, 原点 O , 点 $Q(0, \frac{1}{t^2})$, 点 $R(t - \frac{1}{t^2}, \frac{1}{t^2})$ を順次つなぐ 3 つの線分と, 点 $C(t, \frac{1}{t^2})$ を中心とし, 半径 $\frac{1}{t^2}$ の円の劣弧 RP (短いほうの弧) とで囲まれた領域 D を考える。ただし $t \geq 1$ とする。

(1) D の面積を $S(t)$ とおく。

(i) $S(t)$ を求めよ。

(ii) $t \geq 1$ の範囲で $S(t)$ の最大値と, 最大値を与える t の値を求めよ。



(2) D を y 軸の周りに 1 回転して得られる回転体の体積を $V(t)$ とおく。

(i) $V(t)$ を求めよ。

(ii) $\lim_{t \rightarrow \infty} V(t)$ を求めよ。

(30 点)